

HEINRICH-HERTZ-INSTITUT FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG  
BERLIN-CHARLOTTENBURG

# Technischer Bericht Nr. 47

Über die Messung von Stoßvorgängen  
durch Anwendung des piezoelektrischen Effektes

and. phys. M. SCHALDACH

H 47

1 9 6 1

Ueber die Messung von Stoßvorgängen durch Anwendung des  
piezoelektrischen Effektes

Zusammenfassung

Die meßtechnische Erfassung des Kraftverlaufs beim Stoß bereitet große Schwierigkeiten, da es sich hier um sehr kurzzeitige Vorgänge handelt.

In der vorliegenden Arbeit wird untersucht, inwieweit der piezoelektrische Effekt zur Messung von Stoßvorgängen geeignet ist. Ferner wird über die experimentelle Bestätigung der Hertz'schen Stoßtheorie berichtet.

Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung

Der Bearbeiter

gez. M. Schaldach

(cand-phys. M. Schaldach)

Der Abteilungsleiter

gez. P. Matthieu

(Prof. Dr. P. Matthieu)

Der Institutsdirektor

gez. L. Cremer

(Prof. Dr.-Ing. L. Cremer)

Berlin-Charlottenburg, den 9. Juni 1961



## Inhaltsverzeichnis

- A. Einleitung
- B. Der piezoelektrische Effekt und seine Anwendung in der Messung mechanischer Größen
  - 1. Der piezoelektrische Effekt
  - 2. Der Geber als eindimensionaler Oszillator
  - 3. Eichung piezoelektrischer Geber
  - 4. Untersuchungen an der Fallstoßmaschine MIL STD 202
  - 5. Erzeugung eines jederzeit reproduzierbaren Stosses durch Fallstoß auf einen Bleikegel
- C. Anwendung des elastischen Schiebestosses zweier gehärteter Stahlkugeln unter Berücksichtigung der Hertz'schen Theorie
- D. Literatur

## A. Einleitung

Der Stoß ist ein physikalischer Vorgang, der in der kurzzeitigen Änderung des Bewegungszustandes zweier zur Berührung gelangender, vorher und nachher getrennter Körper besteht. Er kann aber auch als mechanischer Begriff aufgefaßt werden, der die Art der Einwirkung dieser beiden zur Berührung gelangenden Körper kennzeichnet; besonders bei der Betrachtung der Stoßkraft oder Stoßbeschleunigung. Das Problem soll dadurch vereinfacht werden, daß angenommen wird, die Berührstelle (d.h. die Stoßstelle) sei eine kleine Fläche und der Stoß sei senkrecht zur gemeinsamen Berührungsebene, also ein sogenannter Schiebestoß in der Normalen zu dieser Ebene.

Der Stoß aufeinanderprallender fester Körper ist in den Arbeiten von H. HERTZ, F. NEUMANN, B. De SAINT VENANT auf verschiedene Weise behandelt worden; es fehlten jedoch in jener Zeit einwandfreie experimentelle Methoden, um die Theorien zu prüfen. Erst in den letzten 50 Jahren sind optische und elektronische Meßverfahren entwickelt worden, durch die man in der Lage ist, so kurzzeitige Vorgänge, wie sie beim Stoß vorliegen, quantitativ zu erfassen.

Ursprünglich lag das Problem nicht in der grundlegenden Untersuchung, sondern vielmehr in der technischen Anwendung bei der Prüfung elektronischer Geräte auf Stoßbeanspruchung. Es erwies sich aber bei diesen Untersuchungen, daß es mit den herkömmlichen Methoden nicht möglich ist, eine quantitative Aussage über Stoßbeanspruchungen schwingungsfähiger Gebilde zu machen, denn als ein solches muß z.B. der mechanische Aufbau eines elektronischen Nachrichtengerätes aufgefaßt werden. Es treten daran Oberschwingungen auf, die den Stoßvorgang völlig verzerren können. Vgl. Abb. Nr. 1

Für die Experimente war eine große Zahl verschiedener Instrumente und Geräte notwendig. Im folgenden sollen die verwendeten Geräte aufgeführt werden:

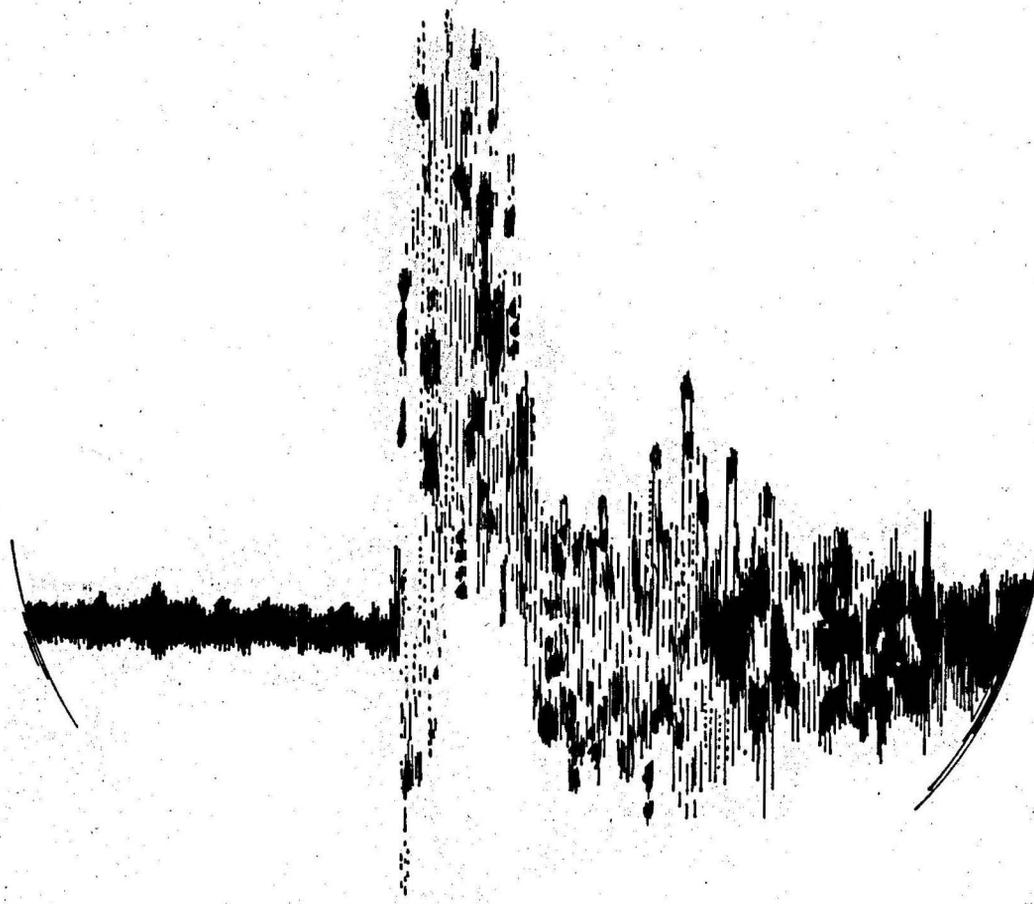


Abb.1 Zeitlicher Verlauf der Beschleunigung bei einem in der Praxis auftretendem Stoß

<u>Gerät</u>	<u>Typ</u>	<u>Hersteller</u>
1 Fallmaschine	MIL-STD-202	Nachbau
2 Geber	2328	Brüel u. Kjær
1 Geber		Staiger u. Mohilo
1 Vorverstärker		Nachbau
1 Katodenverstärker		Eigenbau
6 Tiefpässe		Lorenz
1 Oszillograph	GM 5666	Philips
2 Netzgeräte	NGU	Rohde u. Schwarz
1 Schwingstab u. Zubehör		Eigenbau
1 Ablesevorrichtung		Eigenbau
1 Kamera	FE 106	Philips-Voigtländer
1 Meßmikroskop		Askania
2 Kugeln		SKF
1 Eichtongenerator	440 A	Kronhite
1 Kraftverstärker	GM 5535	Philips
1 Trägerfrequenzverstärker	72 U	Staiger u. Mohilo
1 Lesegerät		Leitz

<u>Gerät</u>	<u>Typ</u>	<u>Hersteller</u>
1 Raster		Zeiß
1 Raster		Leitz
1 Oszillograph	OM 3	Heathkit
1 Photoel. Auslösevorrichtung		Eigenbau

Aus der Skizze in Abb. 2 ist der prinzipielle Aufbau der gesamten Meßeinrichtung zu ersehen, während der Versuchsaufbau aus der Abb. 3/7 zu entnehmen ist.

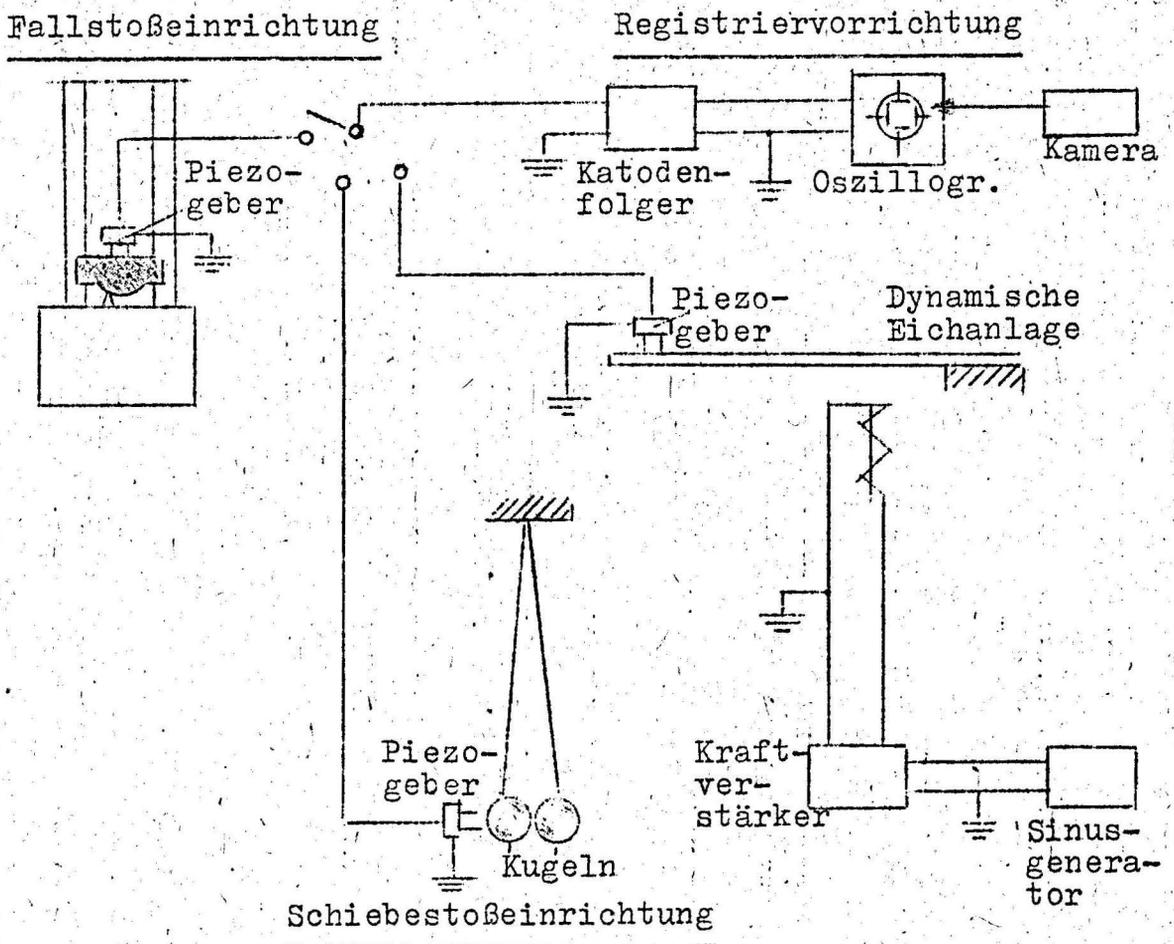


Abb. 2 Schematische Darstellung der gesamten Versuchseinrichtung

Wenn zeitabhängige mechanische Größen erfasst werden sollen, zeigt es sich immer wieder, daß entweder gar nicht oder aber mit so geringer Genauigkeit unmittelbar beobachtet oder gemessen werden kann, daß eine zahlenmäßige Angabe der Meßergebnisse selbst für praktische Bedürfnisse unbefriedigend bleibt. Man wird also den auftretenden mechanischen Vorgang umformen, und zwar auf eine solche physikalische Größe, die

leichter und genauer zu messen ist, so daß bei bekanntem Zusammenhang zwischen mechanischem Vorgang und Bildvorgang eindeutig von den Meßergebnissen aus dem Bildvorgang auf die Zahlenwerte geschlossen werden kann, die den Verlauf des mechanischen Vorganges (d.h. des Stoßes) darstellen.

Um einen physikalischen Vorgang durch einen anderen messbar zu machen, kann man den für bestimmte physikalische Effekte gegebenen gesetzmäßigen Zusammenhang ausnutzen.

So kann z.B. durch den Thermoeffekt eine thermische Zustandsgröße in eine elektrische Spannung umgewandelt werden. Einige dieser Effekte sind reversibel; so ist die Umkehrung des Thermoeffektes als Peltiereffekt bekannt. Bei dem hier angewandten piezoelektrischen Effekt kann in der einen Ablaufrichtung eine wenig zugängliche Größe wie die Kraft bzw. die Beschleunigung oder der Druck, leicht durch Messung indirekt erfaßt werden. Umgekehrt kann dieser Effekt dazu dienen, solche Größen in definierter Weise zu erzeugen.

Andere Verfahren bedienen sich des Induktionseffektes, um aus dem Bereich mechanischer Bewegungsvorgänge in den Bereich elektrischer Größen zu gelangen. Auch der magnetostruktive Effekt dient häufig der Anzeige mechanischer Vorgänge. Man nennt derartige Wandler in der Praxis "Geber". Ferner sei noch die Methode der Aenderung eines ohmschen Widerstandes genannt, angewandt beim Dehnungsmeßstreifenverfahren. Alle diese Effekte erleichtern exakte Messungen wesentlich, vor allem deswegen, weil die Meßwerte - hier sind es elektrische Spannungen - weitgehend verstärkt werden können. Dennoch bleibt nur der piezoelektrische Effekt für Stoßbeschleunigungsmessungen anwendbar, weil die auf diesem Prinzip beruhenden Geber eine hohe Eigenfrequenz haben.

### 3. Der piezoelektrische Effekt und seine Anwendung zur Messung mechanischer Größen

#### 1. Der Piezoeffekt

Es lag also nahe, bei den Untersuchungen von Stoßvorgängen den piezoelektrischen Effekt auf seine Anwendbarkeit hin zu untersuchen. Der Piezoeffekt wird in Kristallen mit bipo-

laren Achsen durch eine mechanische Deformation des Kristallgitters ausgelöst. Er beruht auf der Tatsache, daß durch Aenderung des Polarisationszustandes geordneter Molekeln infolge mechanischer Kräfte Polarisationsladungen erzeugt werden können. Man denke sich eine Molekel in der Form der Abb.4 zwischen zwei kapazitiven Elektroden eingespannt; werden diese einander genähert, so schieben sich die negativen Ladungen zwischen die positiven und neutralisieren sie zum Teil. Dadurch wird auf der oberen Elektrode ein Teil der negativen, auf der unteren ein Teil der positiven Influenzladung frei und

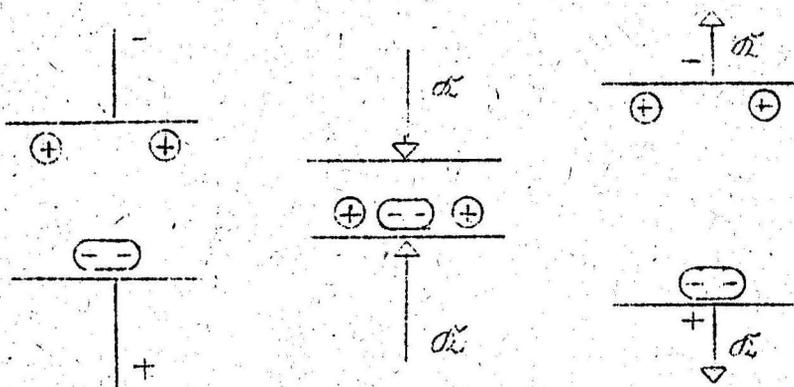


Abb. 4 Elementare Erklärung des piezoelektrischen Effektes

die obere Elektrode nimmt negatives, die untere positives Potential an. Werden die Elektroden voneinander entfernt, was einer Dehnung des Kristalls oder Molekels gleichkommt, so wird ganz entsprechend auf der oberen Elektrode positive, auf der unteren negative Ladung frei.

Natürlich ist diese eine starke Vereinfachung. In Wirklichkeit durchdringen die Molekeln einander, so daß man positive und negative Ladungen nicht mehr räumlich trennen kann. Die Ursache dieses Piezoeffektes liegt darin, daß die beiden Richtungen der senkrecht zu den Elektroden durch die Molekeln gelegten Achsen elektrisch nicht gleichwertig (da bipolar) sind, vgl. Abb.5a und 5b. Daß der Piezoeffekt nur in Kristallen auftritt, ist dadurch zu erklären, daß die Molekeln in einem Kristallgitter angeordnet und ausgerichtet sind, so daß sich die einzelnen molekularen Effekte mit gleichen Vorzeichen addieren.

Das Auftreten bipolarer Kristallachsen ist in der Regel schon äußerlich erkennbar. Beim Quarz (Abb.5) laufen drei

bipolare Achsen durch die Kanten der Prismenflächen, so daß die beiden Achsenrichtungen ungleichwertig sind. Man erkennt, daß die eine Kante der Pyramidenfläche anliegt, während auf der anderen Seite die Kanten fehlen. Die zentrale, sogenannte optische Achse ist beim Quarz keine piezoelektrische Achse, denn sobald man den Kristall um  $180^\circ$  um eine der bipolaren Achsen

dreht, kann er mit der Ausgangsstellung zur Deckung gebracht werden. Der Piezoeffekt tritt nun nicht

nur beim Quarz, Turmanlin, dem Seignettesalz und ähnlichen Verbindungen auf, sondern ist in 21 der insgesamt existierenden 32 Kristallklassen vertreten.

Eine Reihe von festen Körpern zeigt dielektrische Eigenschaften, die den entsprechenden magnetischen Eigenschaften ferromagnetischer Stoffe ähnlich sind. Deshalb werden seit einiger Zeit diese festen Körper auch als Ferroelektrika bezeichnet. Ganz entsprechend der in den ferromagnetischen Körpern auftretenden spontanen Magnetisierung tritt hier ein spontaner, elektrisch polarisierter Zustand auf. Doch gibt es einen wesentlichen Unterschied. Bekannterweise richten sich in den Ferromagnetika die kleinen Elementarmagnete nicht infolge ihrer magnetischen Wechselwirkung parallel, wie das die WEISS'sche Theorie angenommen hat. Die Austauschwechselwirkung der kleinen Spinnomente stellt die Elementarbezirke parallel zueinander ein.

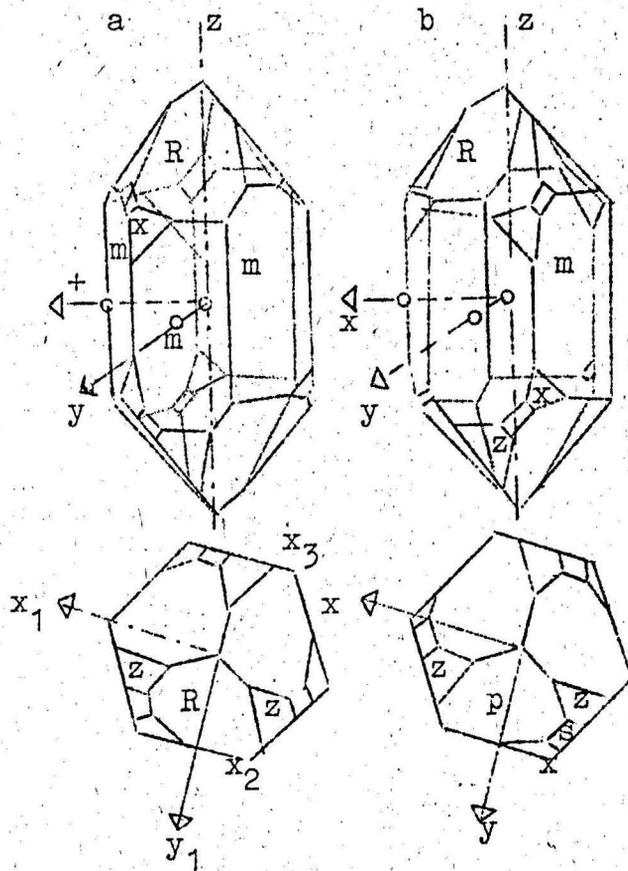


Abb. 5 Quarzkristall  
a. opt. linksdrehend  
b. opt. rechtsdrehend

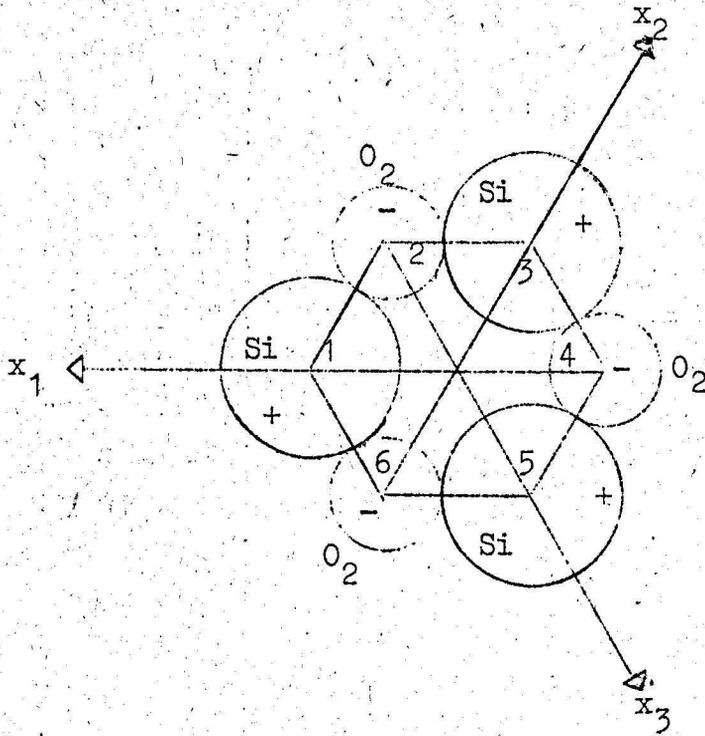
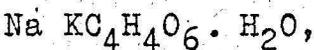


Abb. 5a Vereinfachtes Schema der Strukturzelle eines Quarzkristalls ( $\alpha$ -Quarz)

Si Siliziumatom O Sauerstoffatom

ferroelektrika, der elektrische Curiepunkt, oberhalb dessen die ferroelektrischen Stoffe "normal-dielektrisches" Verhalten zeigen. So liegt z.B. beim Bariumtitanat  $BaTi_3O_3$  der Curiepunkt bei  $383^\circ K$ . Das Auftreten eines elektrischen Barkhauseneffektes, die Anomalie der spezifischen Wärme am Curiepunkt und die Aufnahme einer Hysteresis bestärkt die Analogie zu den Ferromagnetika.

Zu der Gruppe der Ferroelektrika gehören:



Im Seignettesalz ( $Na KC_4H_4O_6 \cdot H_2O$ ) stellt das elektrische Feld der darin enthaltenen elektrischen Dipole diese zueinander parallel. Die WEISS'sche Theorie hat sich in ihrer ursprünglichen Form eigentlich nicht bei ferromagnetischen Körpern bewährt, für die sie Weiss aufgestellt hat, sondern bei den ferroelektrischen Erscheinungen. Eine weitere den ferromagnetischen Stoffen analoge Eigenschaft charakterisiert die Ferro-

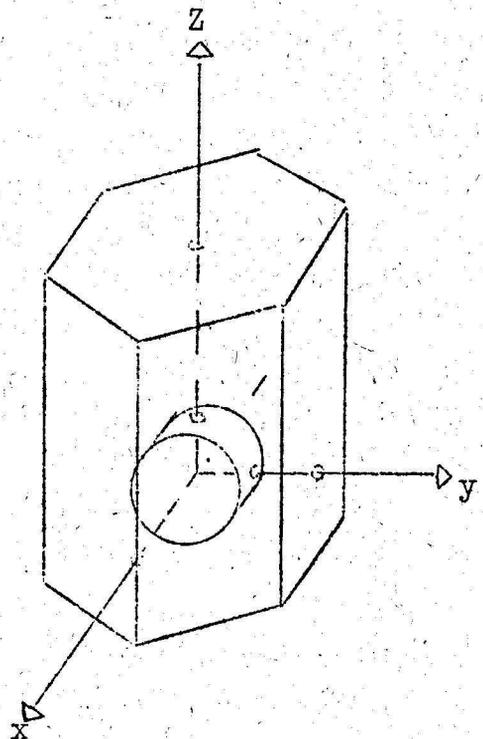
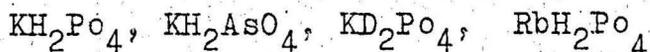


Abb. 5b Meistbenutzte Schnitt- richtung piezoelektrischer Quarzscheiben

ferner:



sowie dem  $\text{BaTiO}_3$  entsprechend:  $\text{KNbO}_3, \text{NaNbO}_3, \text{KTaO}_3, \text{LaGaO}_3,$

In den ersten zwei Gruppen der ferroelektrischen Substanzen sind zweifellos die Einstellungen der vorhandenen Dipole für die ferroelektrischen Eigenschaften verantwortlich. Die Größe der Konstanten des LORENZ'schen inneren Feldes ist dazu vollständig genügend. Jedoch besteht noch ein Unterschied zu den ferromagnetischen Erscheinungen. In den ferroelektrischen Körpern polarisieren die elektrischen Dipole ihre Umgebung. Dieser Effekt erhöht noch wesentlich die auftretende spontane Polarisation.

Beim  $\text{BaTiO}_3$  und den erwähnten analog aufgebauten Verbindungen müssen jedenfalls andere Verhältnisse als in den bisher besprochenen Ferroelektrika vorliegen. Bariumtitanat kristallisiert in einem regulären Koordinationsgitter. Es ist ausgeschlossen, daß in diesem Gitter freie elektrische Dipole auftreten können. Nach röntgenographischen Untersuchungen wird im Gitter des  $\text{BaTiO}_3$  das Ba-Ion von 12 O-Ionen umgeben, das Ti-Ion dagegen von 6 O-Ionen, d.h. daß das Ba-Ion von 8  $\text{Ti O}_6$ -Oktaeder umgeben ist, die sich in ihren Spitzen berühren. In der Näherung, in der man den Ionen endliche Radien zuschreiben kann, folgt, daß der von 12 O-Ionen gebildete Raum für das Ba-Ion zu klein ist, d.h. daß das Ba-Ion die umgebenden O-Ionen auseinanderschiebt und somit die  $\text{Ti O}_6$ -Oktaeder dadurch größer werden. Abb.6, siehe Seite 26.

Mehrere Autoren bringen das anomale elektrische Verhalten des  $\text{BaTiO}_3$  mit folgendem Umstand in Zusammenhang. RUSHMAN u. STIREVENS nehmen z.B. an, daß die Energie des  $\text{Ti}^{4+}$  nicht dann minimal ist, wenn sich dieses Ion im Mittelpunkt der erwähnten Oktaeder befindet, sondern in einer etwas verschobenen Lage, so daß wegen der Symmetrie der Oktaeder 6 Energieminima auftreten. Diese Symmetrie des Gitters nimmt dadurch ab. Nach dieser Auffassung muß man sich das Auftreten der ferroelektrischen Erscheinungen in folgender Weise vorstellen. Oberhalb der Curietemperatur ändern die Ti-Ione ihre Lage zwischen diesen sechs möglichen Stellen der Energiemi-

nima beständig, und es entsteht deshalb keine spontane Polarisation. Unterhalb dieser Temperatur ist die elektrostatische Wechselwirkung schon ausreichend, um die Ti-Ionen von den sechs möglichen Lagen in einer Lage festzuhalten. Es tritt dann spontane Polarisation auf. Röntgenographische Messungen ergaben aber, daß die Polarisierbarkeit der O-Ionen eine wesentliche Rolle spielt, d.h. daß diese das auftretende Moment und die spontane Polarisation wesentlich erhöht. Die Polarisierbarkeit der O-Ionen ist in den Ti-Verbindungen recht groß. Das Rutil  $\text{TiO}_2$  hat eine sehr große Dielektrizitätskonstante. Daher kann man sich das Zustandekommen der spontanen Polarisation des  $\text{BaTiO}_3$  so vorstellen, daß die Wechselwirkung der infolge der nicht zentralen Lage der  $\text{Ti}^{4+}$ -Ionen verursachten Momente in ihrer stark polarisierbaren Umgebung starke Momente hervorruft, und damit spontane Polarisation erzeugt wird. Daneben existiert noch eine Theorie, die das ferroelektrische Verhalten des  $\text{BaTiO}_3$  erklärt. Wie schon erwähnt, besitzen  $\text{BaO}_2$  und  $\text{BaO}$  eine auffallend große Dielektrizitätskonstante. Da das  $\text{BaTiO}_3$  die beiden erwähnten Verbindungen enthält, ist anzunehmen, daß nur die Wechselwirkung der Polarisierbarkeiten schon genügend stark zur Verursachung der ferroelektrischen Erscheinungen sein könnte.

Neben diesen ferroelektrischen Erscheinungen sind in neuester Zeit auch antiferroelektrische Körper entdeckt worden. Sie werden dadurch charakterisiert, daß sie oberhalb des antiferroelektrischen Curiepunktes "normal dielektrisch" sind.

In den bei diesen Untersuchungen verwandten Gebern wird auch dieser Effekt ausgenutzt. Die antiferroelektrische Substanz ist  $\text{Pb Zr O}_3$ , welche antiferroelektrisch ist, wenn es weniger als 5 % Ba als Verunreinigung enthält. In starken elektrischen Feldern wird es in der Nähe von Curiepunkten ferroelektrisch.

Die technische Herstellung von Gebersubstanzen aus  $\text{BaTiO}_3$  geschieht auf folgende Weise: Der Stoff wird einer konstanten Polarisation unterzogen, indem man die Substanz in einem starken elektrischen Feld von etwa 10...20 kV/cm oberhalb des Curiepunktes vorpolarisiert. Der polarisierte Stoff verhält sich dann wie eine piezoelektrische Substanz und kann durch

die gewöhnlichen piezoelektrischen Gesetze beschrieben werden. Es erübrigt sich dann, zwischen piezoelektrischem und ferroelektrischem Anteil der Piezokonstanten zu unterscheiden. Die nachfolgende Beschreibung der piezoelektrischen Grundgesetze ist unter der Annahme vereinfacht, daß die Deformationen nur in einer bestimmten Richtung des Kristalles, bzw. der Keramik erfolgen soll.

## 2. Der Geber als eindimensionaler Oszillator

Bei einem in der elektrischen Achse longitudinal beanspruchten piezoelektrischen Kristall entspricht der durch Längenänderung bzw. Krafteinwirkung influenzierten Ladung ein Potential. Es gilt dann die Gleichung /1/ für eine Längenänderung  $Z$ , wenn  $E$  die entsprechende Komponente der Feldstärke,  $d_0$  die Kristalldicke und  $\gamma$  der Piezomodul ist:

$$Z = \gamma \cdot d_0 \cdot E \quad /1/$$

Wenn Gl. 1 allgemein gültig sein soll, muß ein nur von den geometrischen Abmessungen des Kristallelementes abhängiger Faktor  $G$  eingeführt werden, mit dem die rechte Seite von /1/ zu multiplizieren ist. Dies ist wegen der Linearität der piezoelektrischen Gesetzmäßigkeiten möglich. Für Gleichung /1/ wäre dann zu schreiben:

$$Z^+ = G \cdot \gamma \cdot d_0 \cdot E$$

Für die Kraft ergibt sich dann Gleichung /2/, in der  $\sigma$  die Steifigkeit bedeutet. Es ist also

$$K = Z \cdot \sigma \quad /2/$$

Nimmt man an, daß das Feld homogen ist, so gilt für die Spannung am Kristall

$$U = E \cdot d_0 \quad /3/$$

Diese läßt sich durch den Ladungsstrom  $i$  ausdrücken, d.h.

$$U = \frac{1}{C} \int i \, dt \quad /4/$$

Somit ergibt sich das Kraftgesetz des piezoelektrischen Gebers, zu

$$K = \frac{\gamma \sigma}{C} \int i \, dt \quad /5/$$

oder allgemein

$$K^+ = G \frac{\gamma \sigma}{C} \int i \, dt$$

Läßt man in Umkehrung des Effektes auf den Kristall die Kraft  $K$  wirken, dann entsteht durch den Ladestrom an den Elektroden die Ladung  $Q$ , die bei gegebener Kristallkapazität wiederum einer Spannung entspricht. Für  $Q$  gilt das Empfänger-Grundgesetz für piezoelektrische Wandler

$$Q = \gamma \cdot \sigma \cdot Z \quad /6/$$

oder allgemein

$$Q^+ = G \cdot \gamma \cdot \sigma \cdot Z$$

Wegen der bekannten Beziehung

$$Q = C \cdot U \quad /7/$$

ergibt sich

$$U = \frac{1}{C} \cdot \gamma \cdot \sigma \cdot Z \quad /8/$$

oder allgemein

$$U^+ = \frac{1}{C} \cdot \gamma \cdot \sigma \cdot Z \cdot G$$

Hierbei ist aber zu beachten, daß die Kapazität von  $Z$  abhängig ist,  $C$  ist also in der letzten Gleichung nur für kleine Längenänderungen  $Z$  als Konstante anzusehen. Für Frequenzen außerhalb der Resonanz ist die Annahme  $C = \text{const}$  immer zulässig.

Beschleunigungsmesser können im allgemeinen als lineare Schwingsysteme angesehen werden. Sie bestehen aus einem als unendlich steif anzunehmenden Gehäuse, das der Amplitude  $x$  des Meßobjektes praktisch absolut folgt. Mit diesem starren Gehäuse ist die Schwingmasse  $m$  durch eine Feder mit der Steifigkeit  $\sigma$  verbunden, und zwar so, daß sie nur erzwungene Schwingungen eines Freiheitsgrades ausführen kann. Abb.7, siehe Seite 26.

Ferner wirkt zwischen Masse und Gehäuse der Dämpfungswiderstand  $\zeta$  welches sich aus der Materialdämpfung ergibt. Infolge der Trägheit versucht die Masse  $m$  bei einer Amplitude des Meßobjektes im Ruhezustand zu verharren. Sie führt somit bei einer Bewegung des Systems eine Relativbewegung  $Z$  gegen das starre Gehäuse aus. Diese Relativbewegung wird zur Messung der wirklichen Amplitude benutzt. Dies geschieht beim piezoelektrischen Geber dadurch, daß die Längenänderung in eine leicht zu messende elektrische Spannung umgewandelt wird. Die elektrische Anzeigevorrichtung zeigt also die Relativbewegung an.

Der Zusammenhang wird durch die Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung gegeben

$$m \cdot \frac{d^2 Z}{dt^2} + \zeta \frac{dZ}{dt} + \sigma Z = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad /9/$$

Hierin bedeutet  $m \frac{d^2 Z}{dt^2}$  die an  $m$  wirkende Beschleunigungskraft,

$\zeta \frac{dZ}{dt}$  die Dämpfungskraft

$\sigma \cdot Z$  die elastische Rückstellkraft und

$m \frac{d^2 x}{dt^2}$  die von außen aufgeprägte Beschleunigungskraft.

Die Lösung der Differentialgleichung /9/ für den stationären Fall ergibt sich, wenn die erregende Kraft harmonischer Natur ist, zu

$$Z = x_0 \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\alpha^2 \omega_0^2 \omega^2}} \quad /10/$$

mit

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\alpha\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad /11/$$

wobei  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{m}} = 2\pi \nu_0$  die Resonanzfrequenz des Systems und  $\alpha = \frac{\zeta}{2m\omega_0}$  der Dämpfungsgrad ist. (Für  $\alpha = 1$ , liegt der aperiodische Grenzfall vor. Das log. Dekrement ist  $d = \frac{2\pi\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$ )

Aus diesen Gleichungen ist ersichtlich, daß bei einer harmonischen Bewegung der Zusammenhang zwischen gegebener Amplitude  $x$  und der dadurch verursachten Relativbewegung  $Z$  von dem Systemelemente  $m$ ,  $\zeta$  und  $\sigma$  abhängig ist. Durch diese Elemente ist die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  und der Dämpfungsgrad  $\alpha$  festgelegt. Ist z.B.  $\omega \gg \omega_0$ , so folgt aus /10/  $Z_0 = -x_0$  und aus /11/  $\varphi = 180^\circ$ . Die Masse bleibt also praktisch in Ruhe und die Relativbewegung  $Z$  entspricht der vollen Amplitude mit umgekehrten Vorzeichen.

Für den Fall  $\omega \ll \omega_0$  ergibt sich

$$Z_0 = x_0 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \text{ und}$$

$$\text{tg } \varphi = -2\alpha \frac{\omega}{\omega_0} \text{ daraus folgt } \varphi = 0^\circ \quad /12/$$

Da  $x_0 \omega^2$  die Maximalbeschleunigung ist, ergibt sich, daß weit unterhalb der Eigenfrequenz die Relativbewegung  $Z$  der Beschleunigung proportional ist, während oberhalb der Eigenfrequenz die Größe  $Z$  der Wegamplitude entspricht.

Aus der Gleichung /10/ die die Resonanzkurve darstellt ist noch folgender Zusammenhang von Interesse: Das Maximum für  $Z_0$  erhält man im ungedämpften System für  $\omega = \omega_0$ . Während im gedämpften System das Maximum durch Differentiation und Nullsetzen der ersten Ableitung der obigen Gleichung dies ergibt.

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-2\alpha^2}} \quad /13/$$

Das Maximum hat den Wert

$$Z_0 \text{ max} = x_0 \frac{1}{2\alpha} \cdot \sqrt{1-\alpha^2} \quad /14/$$

Für einen piezoelektrischen Geber erhält man, wenn die Relativbewegung einer elektrischen Größe  $U$  entspricht, die vollständige Indikatorgleichung

$$U_{a0} = \frac{1}{C} \gamma \cdot \zeta \cdot x_0 \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\alpha^2 \omega_0^2 \omega^2}} \quad /15/$$

Dazu sei in der Skizze Abb.8 die prinzipielle Schaltung aufgezeichnet.

Die Indikatorgleichung /15/ gilt, aber nur zur näherungsweise Diskussion des Frequenzverhaltens außerhalb der Resonanz, da die Rückwirkung nicht berücksichtigt wurde.

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß oberhalb der Eigenfrequenz Amplitudenproportionalität vorliegt, unterhalb Beschleunigungsproportionalität.

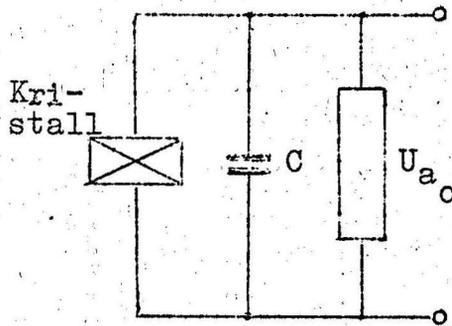


Abb.8 Elektrisches Ersatzschaltbild des Piezogebers

Die Steifigkeit wird in erster Linie durch die Kristallkonstante bestimmt. Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß sich diese Beziehungen nur auf stationäre Vorgänge anwenden lassen; sie sind also nur in beschränktem Maße bei der noch zu besprechenden dynamischen Eichvorrichtung anwendbar.

Inwieweit sich die stationären Eigenschaften auf kurzzeitige einmalige Vorgänge (instationäre Vorgänge), wie sie beim Stoß vorliegen, erweitern lassen, soll später gezeigt werden. Es soll aber schon hier auf die Schwierigkeiten verwiesen werden, die sich von der Theorie her zeigen. Sicher ist, daß die Verfälschung der wahren Stoßvorgänge um so geringer ist, wenn die Stoßfrequenz sehr klein gegenüber der Eigenfrequenz des piezoelektrischen Gebers ist. Es ist also den höchstabgestimmten piezoelektrischen Gebern bei Stoßbeschleunigungsuntersuchungen der Vorrang zu geben. Außerdem muß die Dämpfung des Beschleunigungsmessers so gewählt werden, daß erstens Phasenfehler vernachlässigt werden können

$$\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$$

und zweitens  $\alpha$  noch so groß ist, daß das Einschwingglied genügend schnell abklingen kann.

Zur Stoßmessung sind piezoelektrische Geber der Fa. Brüel u. Kjär aus  $\text{BaTiO}_3$  benutzt worden. Für die Geber 4328/41223 und 4328/26031 sind für sinusförmige Erregung die in Abb. 15 dargestellten Resonanzkurven angegeben. Die Kapazität des Kristallsystems beträgt ca. 700 pF. Die Spezialkabel in einer Länge von etwa 1,5 m haben eine Kapazität von 100 pF. Während der Versuche musste auf konstante Temperatur an den Gebern geachtet werden, da sich sonst die piezoelektrischen Eigenschaften der Keramiken ändern, wie schon erwähnt wurde. Der Curiepunkt beim  $\text{BaTiO}_3$  liegt etwa bei  $100^\circ\text{C}$ .

Die oben abgeleiteten Gesetze müssen noch wegen der Rückwirkung der entstehenden Ladungen erweitert werden. Man muß sie sich auf folgende Weise entstanden denken: Bekanntlich entstand durch die Relativbewegung  $Z$  eine Spannung  $U$ . Fließt dann unter dem Einfluß dieser Spannung durch den Abschlußwiderstand ein Strom, so wird dadurch eine Kraft ausgedrückt, die der Relativbewegung  $Z$  entgegengerichtet ist. Die Beschreibung dieses Zusammenhanges wird durch zwei Differentialgleichungen gegeben, die als mechanische und elektrische Differentialgleichungen bezeichnet werden. Die mechanische folgt aus der Gleichung /9/ durch Hinzufügen der aus der Rückwirkung entstandenen Kraft  $K = \frac{1}{C} \gamma \cdot \int i dt$ .

Die mechanische Differentialgleichung ist somit

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \rho \frac{dz}{dt} + \sigma z + K = -m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad /16/$$

Die elektrische Differentialgleichung ergibt sich aus der Spannungsbilanz des elektrischen Kreises, wobei im allgemeinen die Größe  $L$  gleich Null ist.

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{1}{C} \int i dt = U(z) \quad /17/$$

Faßt man nun die durch den elektrischen Strom bedingten Rückwirkung als scheinbare Vergrößerung der Schwingmasse, um den Betrag  $m_e$ , der Steifigkeit um den Betrag  $\sigma_e$  und bzw.  $\alpha$  der Dämpfungszahl um den Betrag  $\alpha_e$  auf, so kann die mechanische und elektrische Differentialgleichung zusammengefasst in der Form der mechanischen Sendergleichung geschrieben werden. Die-

se lautet:

$$(m + m_e) \frac{d^2 z}{dt^2} + (\zeta + \zeta_e) \frac{dz}{dt} + z \cdot \sigma = -m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad /18/$$

Die veränderten Uebertragungskonstanten (Resonanzfrequenz  $\omega_{e0}$  und Dämpfungsgrad  $\alpha_e$ ) ergeben sich dann zu

$$\omega_{e0}^2 = \frac{\sigma}{m+m_e} = \omega_0^2 \frac{1}{1+\frac{m_e}{m}}$$

$$\alpha_e = \frac{\zeta + \zeta_e}{2(m+m_e)\omega_{e0}} = \frac{\zeta + \zeta_e}{2m\omega_0 \sqrt{1+\frac{m_e}{m}}}$$

$$\frac{\alpha_e}{\alpha} = \frac{1+\frac{\zeta_e}{\zeta}}{\sqrt{1+\frac{m_e}{m}}} \approx 1 + \frac{\zeta_e}{\zeta} - \frac{1}{2} \frac{m_e}{m}$$

oder wenn  $\alpha_e = \alpha + \Delta \alpha$  ist

$$\Delta \alpha = \frac{\zeta_e}{2m\omega_0} - \frac{1}{2} \alpha_e$$

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen kann nun die Differentialgleichung für den piezoelektrischen Geber aufgestellt werden.

Aus den Gleichungen

$$U = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$K = \gamma \cdot \sigma \cdot U$$

$$Q = \int i dt = \gamma \cdot \sigma \cdot z$$

$$i = \gamma \cdot \sigma \frac{dz}{dt}$$

folgt die Differentialgleichung

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + C \frac{dz}{dt} \cdot \sigma z = -m \frac{d^2 x}{dt^2} - \gamma \cdot \sigma \cdot U \quad /19/$$

Aus /17/ ergibt sich die elektrische Differentialgleichung:

$$\frac{U}{R} + C \frac{dU}{dt} = \gamma \cdot \sigma \cdot \frac{dz}{dt} \quad /20/$$

Dabei muß bei der Betrachtung der Widerstände auch der dielektrische Verlust  $R_v$  berücksichtigt werden. Er ist

$$R = R_v + R_a$$

Unter der Annahme einer harmonischen Bewegung benützt man den Ansatz

$$U = U_0 \cdot e^{-j\omega t} \quad /21/$$

Durch Einsetzen in die Differentialgleichung

$$U\left(\frac{1}{R} + j\omega C\right) = \gamma \cdot \sigma \cdot \frac{dz}{dt} \quad /22/$$

erhält man nach einmaliger Differentiation

$$U\left(-\omega^2 C + j\omega \frac{1}{R}\right) = \gamma \cdot \sigma \frac{d^2 z}{dt^2} \quad /23/$$

Nach Elimination von  $j \cdot \omega$  folgt schließlich

$$U = \gamma \cdot \sigma \left\{ \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \cdot \frac{dz}{dt} - \frac{C}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \frac{d^2 z}{dt^2} \right\} \quad /24/$$

In die mechanische Differentialgleichung eingesetzt ergibt sich die elektrische Rückwirkung in der Form der Differentialgleichung /26/, wobei der Koeffizient von  $\ddot{Z}$ , dem gesuchten  $f_e$  und der von  $\dot{Z}$  dem  $m_e$  entspricht.

Es gilt also für

$$\begin{aligned} f_e &= \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \gamma \cdot \sigma \\ m_e &= \frac{-R^2 \cdot C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \gamma^2 \cdot \sigma^2 \\ \Delta \alpha &= \frac{\omega_0 R (1 + \alpha \omega_0 RC)}{2(1 + \omega^2 R^2 C^2)} \gamma^2 \cdot \sigma \quad /25/ \\ \frac{m_e}{m} &= \frac{-\omega_0^2 R^2 \cdot C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \gamma^2 \cdot \sigma \end{aligned}$$

Die Auswertung dieser Gleichung zeigt, daß eine Rückwirkung bei piezoelektrischen Gebern möglich ist. Die praktische Bedeutung liegt aber nur bei der quantitativen Auswertung hoher Amplituden, die in der Resonanz auftreten. Die Rückwirkung kann vernachlässigt werden, wenn weit unter der Resonanzfrequenz der Geber gearbeitet wird.

Für die Konstanten der piezoelektrischen Kristalle in den Gebern sind folgende Grundgrößen definiert:

Steifigkeit

$$\sigma = \frac{F \cdot E}{l} \quad /26/$$

Kapazität

$$C_0 = \frac{F^2}{a} \epsilon \cdot \epsilon_0 \quad /F/ \quad /27/$$

wo

E = Elastizitätsmodul

F = Elektrodenfläche

l = Kristalllänge

a = Elektrodenabstand

$\epsilon_0 = 8,859 \text{ (As. V}^{-1}\text{m}^1)$  bedeutet.

Je nach der Orientierung der kristallographischen Hauptachse, bzw. je nach der Polarisationsrichtung des BaTiO<sub>3</sub> und je nach Einwirkung der Kraft erhält man mehrere grundsätzliche Bauformen für piezoelektrische Beschleunigungsgeber.

a. Quarz, longitudinal beansprucht. Die Kraft wirkt in Richtung der elektrischen Achse.

Die Ladungen entstehen hierbei an den Angriffsflächen. Für longitudinal beanspruchten Quarz gelten die beiden Konstanten

$$\text{Piezomodul } \gamma = 2,12 \cdot 10^{-12} \left( \frac{\text{As}}{\text{N}} \right)$$

$$\text{Dielektrische Konstante } \epsilon = 4,5$$

$$\text{Elastizitäts-modul } E = 7,8 \cdot 10^{11} \left( \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

Für den Formfaktor G gilt bei longitudinal beanspruchtem Quarz G = 1. In der Skizze Abb.9 ist das Schema dargestellt.

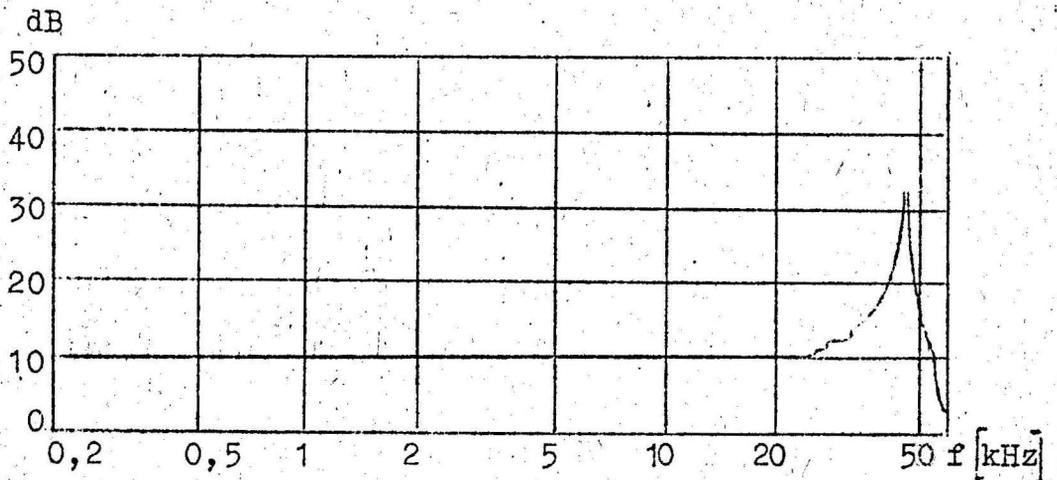
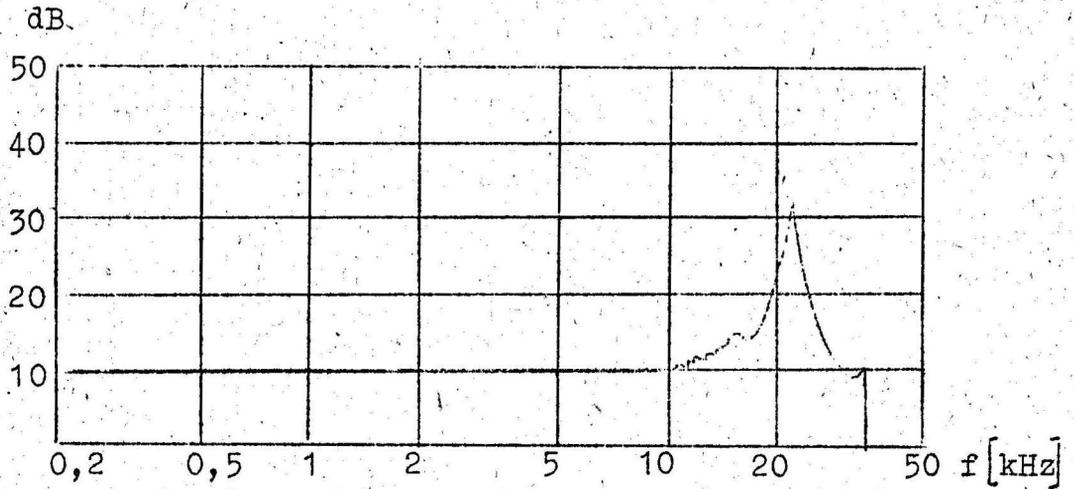


Abb.9 Frequenzcharakteristik der verwendeten Piezogeber

- b. Quarz, transversal beansprucht. Die Kraft wirkt in der neutralen Achse.

Die Ladungen entstehen senkrecht zur Dilatationsrichtung.  
Die verallg. Konstante  $G = \frac{1}{a}$

$$C_0 = \epsilon \cdot \epsilon_0 \frac{F}{a} \quad \epsilon = 7$$

F muß durch die senkrecht zur elektrischen Achse gegebenen Elektrodenflächen ersetzt werden.

In der Abb.10 ist das Schema abgebildet.

- c. BaTiO<sub>3</sub>, longitudinal beansprucht. Die Polarisationsrichtung ist senkrecht zur Dilatationsrichtung.

Die Ladung wird an den zur Polarisationsrichtung senkrechten Flächen induziert.

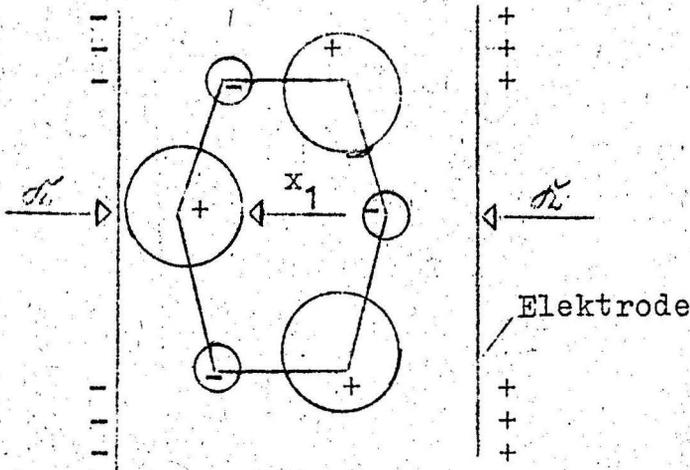


Abb.10 Schema des longitudinalen Piezoeffektes

Es gilt

$$\sigma = \frac{F \cdot E}{l}$$

mit  $F$  = Querschnittsflächen des Kristallzylinders in Dilatationsrichtung ist. Sie entspricht der Fläche der gegenüberliegenden Elektroden

$$G = \frac{l}{a}$$

Die Konstanten haben die folgenden Werte

$$\gamma = 10^{-9} \left( \frac{\text{As}}{\text{N}} \right)$$

$$\epsilon = 1,4 \cdot 10^3$$

$$E = 1,2 \cdot 10^{11} \left( \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

In Verbindung mit dem piezoelektrischen Effekt und seiner Anwendung in Beschleunigungsmessinstrumenten muß noch auf die Verstärkerprobleme eingegangen werden. Der Meßverstärker hat die Aufgabe, die vom mechanisch-elektrischen Umformer erzeugten elektrischen Wirkungen  $U$  zu verstärken. Die hierzu erforderlichen Verstärker unterscheiden sich von den üblichen Verstärkungseinrichtungen wesentlich. Der Verstärker soll hier eine kleine Ladungsmenge in eine zur Aussteuerung des Y-Verstärkers im Oszillographen ausreichende Spannung verstärken. Die Schwierigkeit liegt besonders in dem Zusammenwirken von Geber und Verstärkereingang, denn die Beschleunigungsmesser erfordern einen sehr hohen Abschlußwiderstand, der sich aus dem parallel geschalteten Gitterableitwiderstand  $R_g$  und dem parallel geschalteten Gitterwiderstand  $R_1$  zusammensetzt. Man erhält optimale Empfindlichkeit, wenn  $R_a \gg \frac{1}{\omega C}$ . Der bei den Versuchen angewandte Vorverstärker hatte eine Eingangsimpedanz von mehr als 40 M $\Omega$ . Sein Frequenzgang ist von 1 Hz bis zu 100 kHz linear. Man kann eine Linearität in diesem Verstärker annehmen, so daß keine Bedenken bestehen, damit instationäre Vorgänge zu übertragen. In Abb.12 wird das Schaltbild gezeigt. Für den Quarzgeber der Fa. Dr. Staiger u. Mohilo wurde

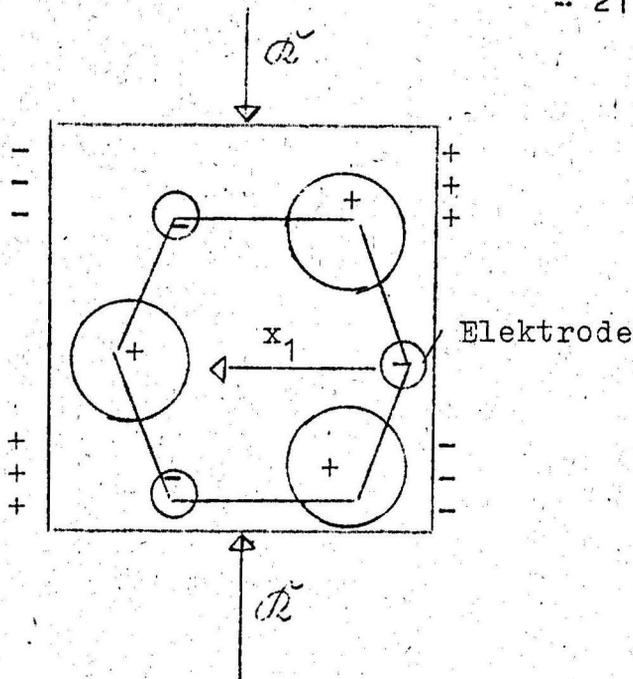


Abb. 11 Schema des transversalen Piezoeffektes

ein Trägerfrequenzverstärker mit einem Träger von 500 kHz angewandt. Bei diesem Verstärkungsverfahren wird die Gleichspannung, ehe sie weiter verstärkt wird, in eine Wechselspannung umgewandelt, deren Frequenz weit über den beim Stoß auftretenden Frequenzen liegt.

### 3. Die Eichung piezoelektrischer Beschleunigungsgeber

Ein Beschleunigungsmesser für Stoßvorgänge kann auf verschiedene Weise geeicht werden. Nimmt man an, daß der Stoßvorgang vom Beschleunigungsgeber und von der angeschlossenen Verstärker- und Registriereinrichtung vollkommen verzerrungsfrei übertragen wird, dann kann man sich auf eine sogenannte dynamische Eichung beschränken. Auf diese Weise ist es auch möglich, die Registrieranlage zu eichen, denn die meisten Oszillographen eignen sich nur als qualitatives Anzeigeeinstrument und müssen deshalb erst durch ein Eichverfahren zur

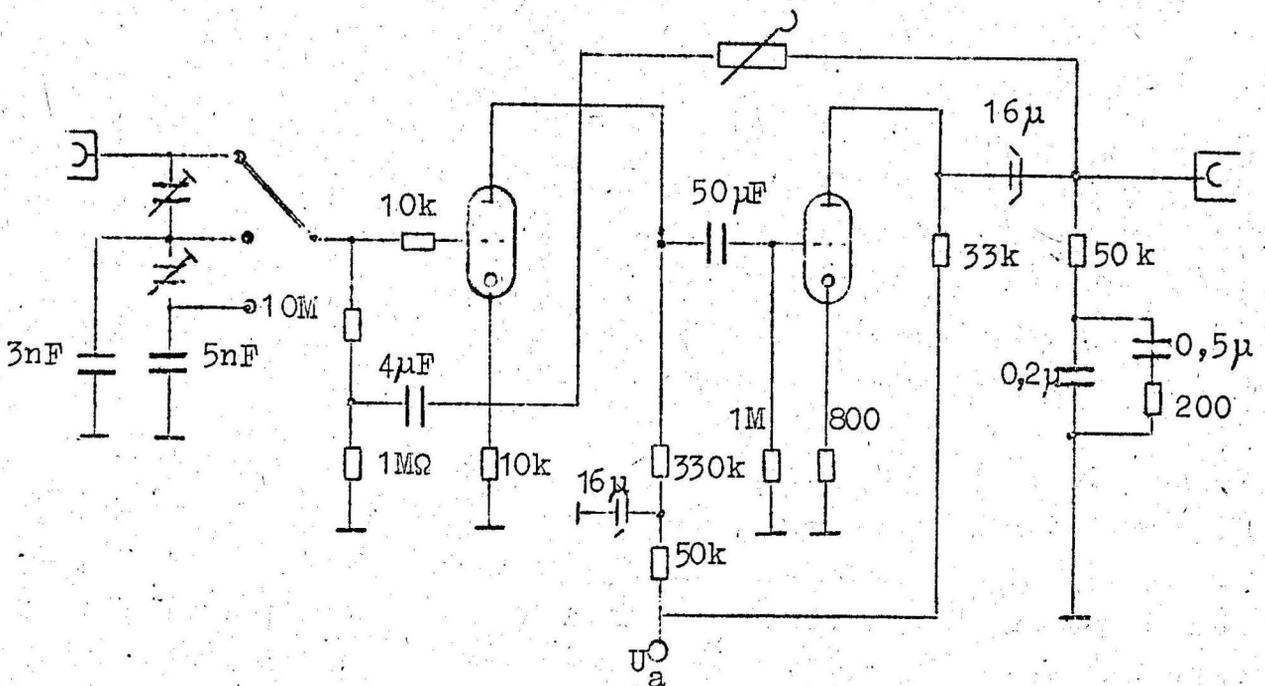


Abb. 12 Schaltbild des Vorverstärkers

quantitativen Meßeinrichtung erweitert werden. Dazu kommt noch, daß die photographische Aufnahme die Ergebnisregistrierung übernehmen muß, weil der Stoß als einmaliger sehr kurzer Vorgang nicht mehr durch die menschlichen Sinne meßbar erfaßt wird. Nun ist aber die Photographie wieder eine Abbildung des auf der Katodenstrahlröhre aufgezeichneten Vorgangs, der durch die geometrischen Daten bzw. optischen Daten der Kamera reproduziert werden könnte. Dies wäre aber viel zu umständlich, und so erschien es am günstigsten, die photographische Amplitude als Funktion der an der dynamischen Eichvorrichtung abgelesenen Schwingungsamplitude aufzufassen. Dies hat den Vorteil, die Messergebnisse möglichst schnell und bequem auswerten zu können.

Die Dynamische Eichvorrichtung selbst besteht aus einem einseitig eingespannten Stab, der in seiner Grundschwingung erregt wird. In der Abb. 3/5 ist der Schwingstab mit dem Schwingungserreger und der Ablesevorrichtung abgebildet.

Der Stab wird durch einen elektromagnetischen Stifterreger der Fa. Philips über einen RC-Generator und einem Leistungsverstärker erregt. Aus der meßbaren Amplitude und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , kann für eine harmonische Schwingung der Maximalwert der Beschleunigung

$$b_{\max} = x\omega^2 \quad /28/$$

angegeben werden. Mit Hilfe dieser Anlage können Beschleunigungen von 0...200 g ( $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ ) erzeugt werden. Die Ablesung erfolgt durch die in Abb. 3/1 und 3/2 dargestellten Einrichtungen. Um parallaktische Fehler zu vermeiden, wurden zwei Glasraster so miteinander verklebt, daß die Anzeigezunge im Raum zwischen den Glasplatten frei beweglich ist. Eine Erweiterung stellt die mikroskopische Ablesung dar.

Eine andere Eichmethode wird von der Fa. Brüel u. Kjær vorgeschlagen. Hierbei wird ein kleiner Vibrationstisch elektromagnetisch erregt, dessen Amplitude gerade einer Beschleunigung von einem g entspricht. Bei diesem Verfahren ist zu bedenken, daß eine Extrapolation von einem g auf vielleicht hundert oder sogar noch mehr einen großen Fehler bedingt.

Die Eichung des Gebers der Fa. Dr. Staiger u. Mohilo geschah durch eine sogenannte Abrißeichung. Diese verlief auf folgende Weise: Mit Hilfe eines Eichgewichtes wird der Geber über einen Stempel belastet. Bei schnellem Abreißen des Gewichtes gibt der Geber einen Spannungsstoß ab, der bei dem verwendeten Quarzgeber einer Maximalbeschleunigung von 200 g entsprechen sollte. In der Abb. 13 wird ein Oszillogramm dieser Abrißeichung ge-

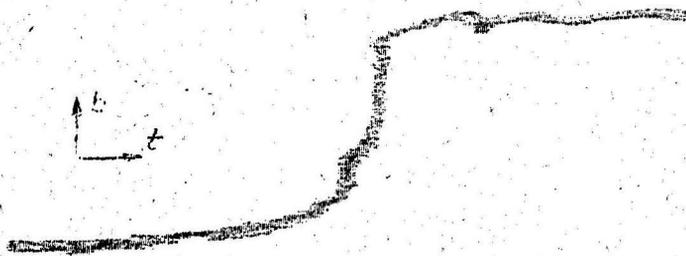


Abb.13 Oszillogramme der Abrißeichung



zeigt. Die Experimente zeigten aber beträchtliche Abweichung von den vom Hersteller angegebenen Daten. Wie es sich später herausstellt, lag diese in der fehlerhaften Angabe der Masse des Gebers. Dennoch ist diese Methode, gerade im Hinblick auf die folgenden Betrachtungen, keineswegs zu verwerfen, denn mit ihr lassen sich die Stoß-

verhältnisse viel eher realisieren als mit der dynamischen Eichung. Es soll auch auf den interessanten Einschwingvorgang, der in dem Oszillogramm zu beobachten ist, hingewiesen werden. Hier zeigt sich, welche schwierigen Verhältnisse beim instationären Vorgang zu berücksichtigen sind. (Abb.14)

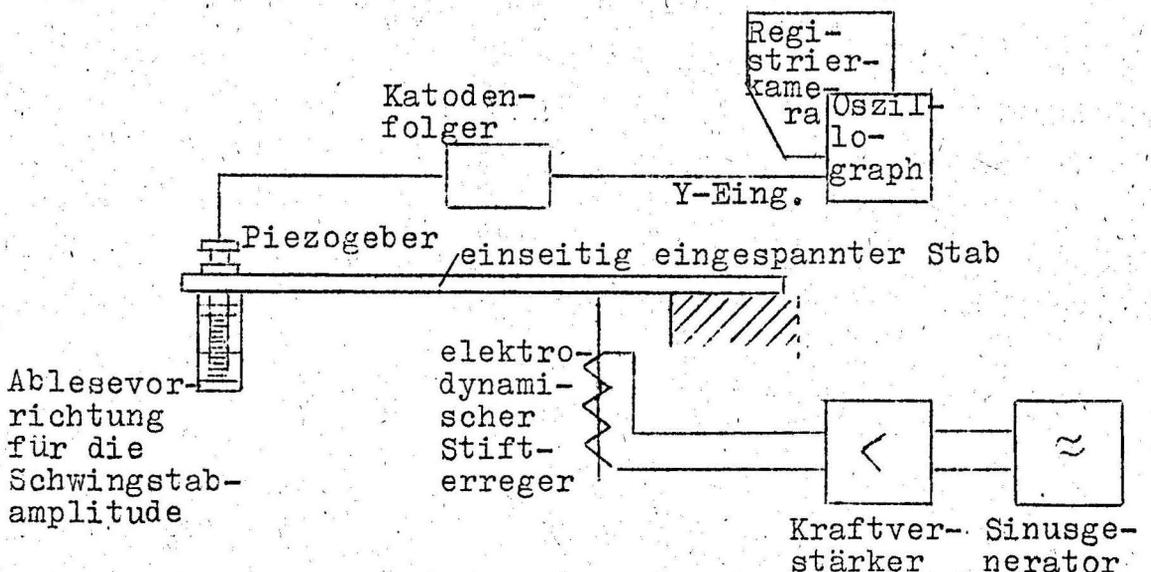


Abb.14 Schematischer Aufbau der dynamischen Eichenanlage

Zu diesen drei Methoden ist abschließend zu sagen, daß sie nur dann auf Stoßverhältnisse anwendbar sind, wenn der Beschleunigungsgeber ein lineares Schwingungssystem ist und die angeschlossene Verstärker- und Registrier-Einrichtung im gesamten benötigten Frequenzgebiet linearer arbeitet. Außerdem sind die bei der Betrachtung des piezoelektrischen Effektes erwähnten Beziehungen über das Verhalten im stationären und instationären Betrieb zu berücksichtigen.

Aus diesem Grunde wählt man im allgemeinen ein Eichverfahren, indem man den piezoelektrischen Beschleunigungsgeber einem definierten Stoß aussetzt und seine Anzeige mit dem theoretisch bestimmten Wert vergleicht. Diese Methode hat den Vorteil, daß alle bei der dynamischen Eichvorrichtung nötigen Voraussetzungen wegfallen können.

Es seien hier zunächst einige experimentelle Methoden erwähnt. Im nächsten Kapitel sollen dann die bei diesen Messungen angewandten Methoden behandelt werden.

Nach FELDTKELLER und WILDE kann eine Stoßeichung durchgeführt werden, indem man einen Kegel mit der Spitze nach unten aus einer gewissen Höhe auf eine glatte Sandfläche fallen läßt. Dabei wird im Sand die Geschwindigkeit des Kegels auf einem Wege von wenigen Zentimetern abgebremst. Die dabei auftretenden Verzögerungen betragen ein Vielfaches der Erdbeschleunigung. Die Beschleunigung steigt steil an, durchläuft ein Maximum, fällt flacher ab und klingt schließlich ohne Vorzeichenwechsel ab. Durch Wahl der Fallhöhe und Auflockern oder Feststampfen des angefeuchteten Sandes kann man die auftretende Maximalverzögerung und die Stoßdauer weitgehend variieren. An der Oberseite des Kegels werden die zu eichenden Beschleunigungsgeber fest angebracht. In Abb. 15 ist diese Versuchseinrichtung abgebildet. Bei einer Fallhöhe von 2 m ist die größte Verzögerung mit 40 g angegeben. Diese Eichvorrichtung hat nur den Nachteil, daß sie sehr groß sind.

Ein anderes Verfahren verwendet ein ballistisches Pendel. Dieses Verfahren wurde von CONRAD und VIGNESS entwickelt. Hierbei wird ein an Fäden frei hängender Block von einem Hammer geschlagen. Durch Veränderung der Schlagkraft und Beschaffenheit

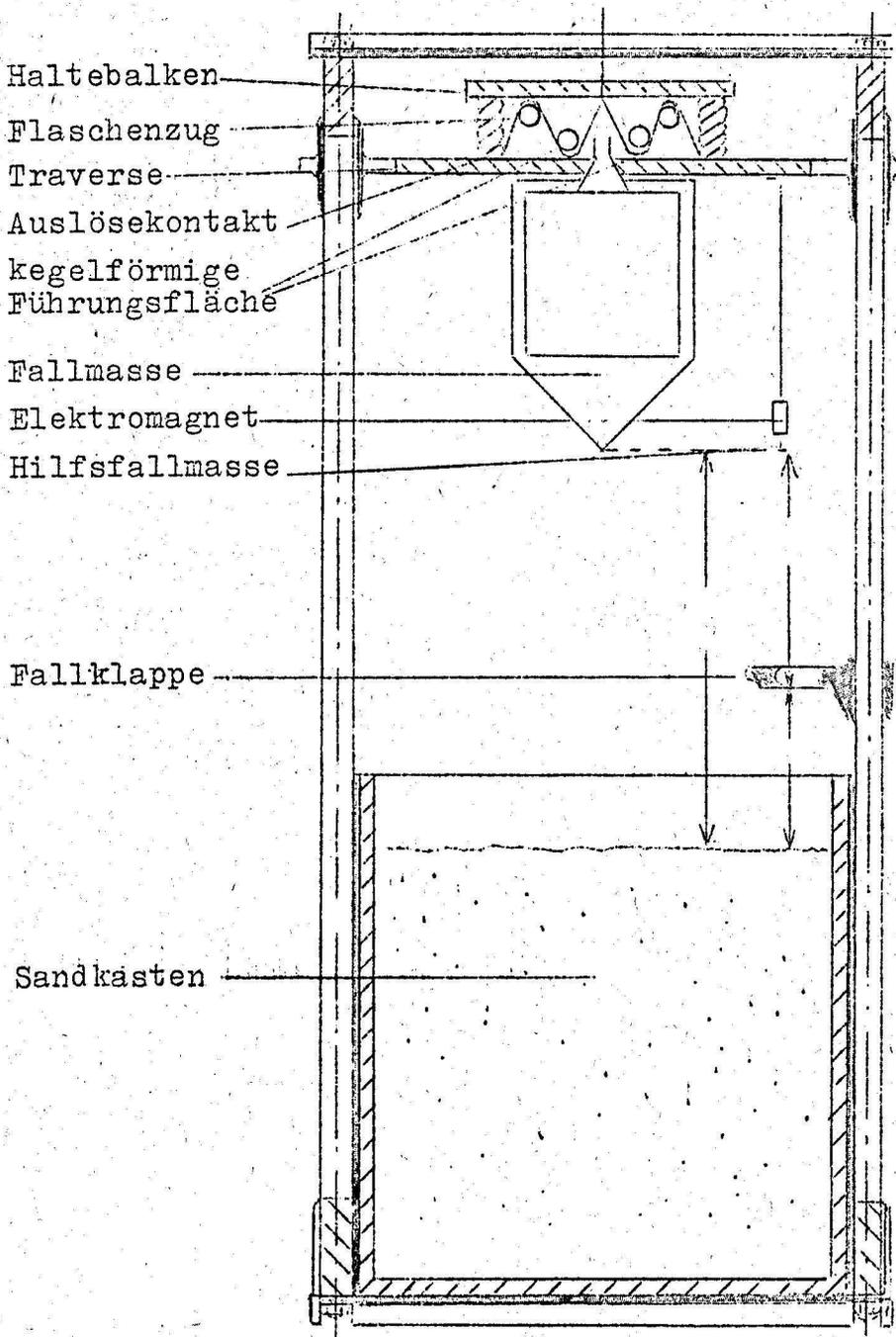


Abb. 15 Versuchsanlage zur Eichung von Beschleunigungsgebern nach FELDTKELLER und WILDE

der Schlagfläche können die Größe der Maximalbeschleunigung und die Stoßzeit geändert werden. In der Abb. 16 ist diese Methode abgebildet.

TURNBOW erzeugt einen Eichstoß, indem er einen Meßtisch an einer Achse abwärts gleiten läßt. Der Tisch schlägt dann auf eine Unterlage und wird reflektiert. Die Geschwindigkeitsdifferenz wird dabei nach der Gittermethode an einer Photozelle ermit-

telt. Diese Methode hat den Vorteil, daß man Stoßbeschleunigung und Stoßzeit in weiten Grenzen variieren kann. In der Abb. 17 ist das Prinzip dargestellt.

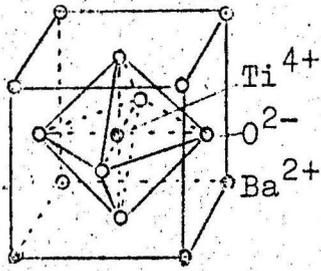


Abb. 6 Perowskit-Struktur des Bariumtitanats ( $\text{BaTiO}_3$ )

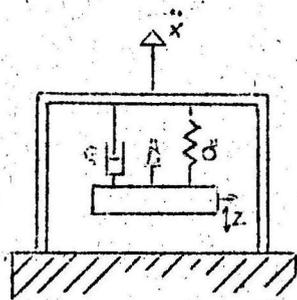
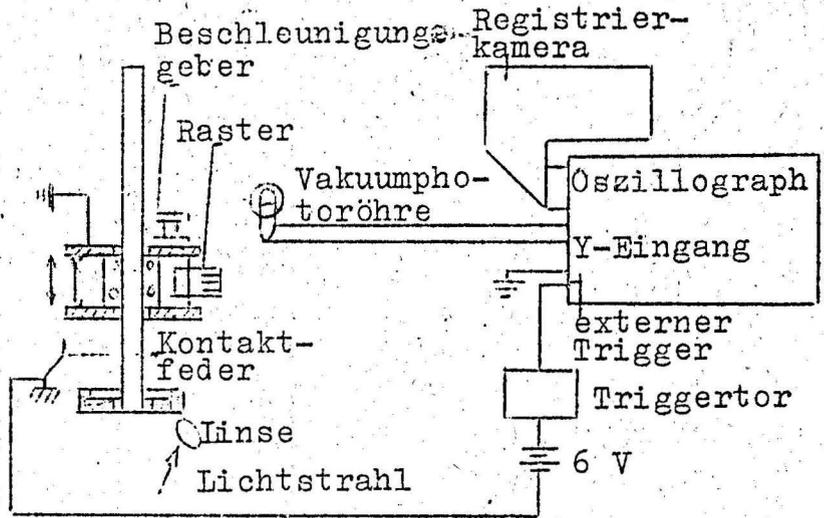


Abb. 7 Schema eines Piezogebers

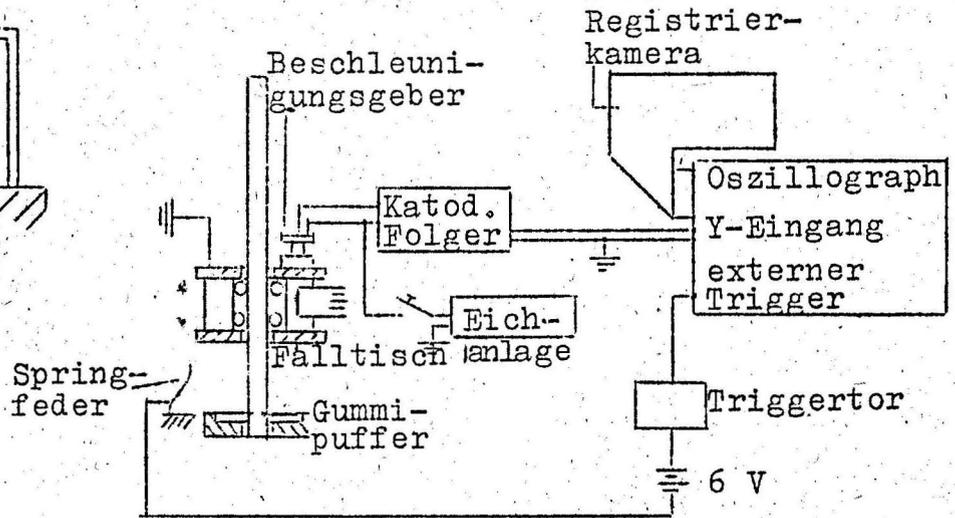


Abb. 17 Prinzip der Eicheinrichtung für Beschleunigungsgeber nach TURNBOW

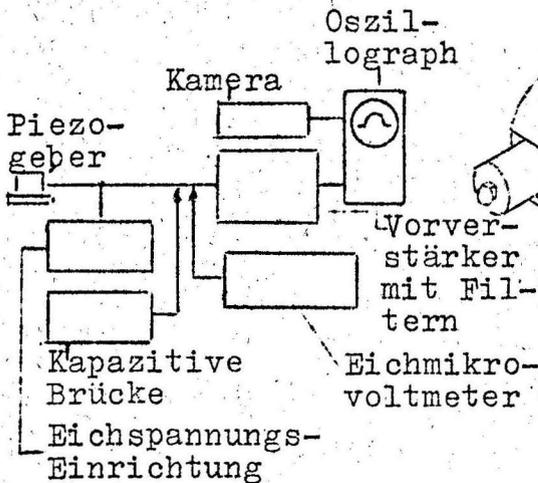


Abb. 16a

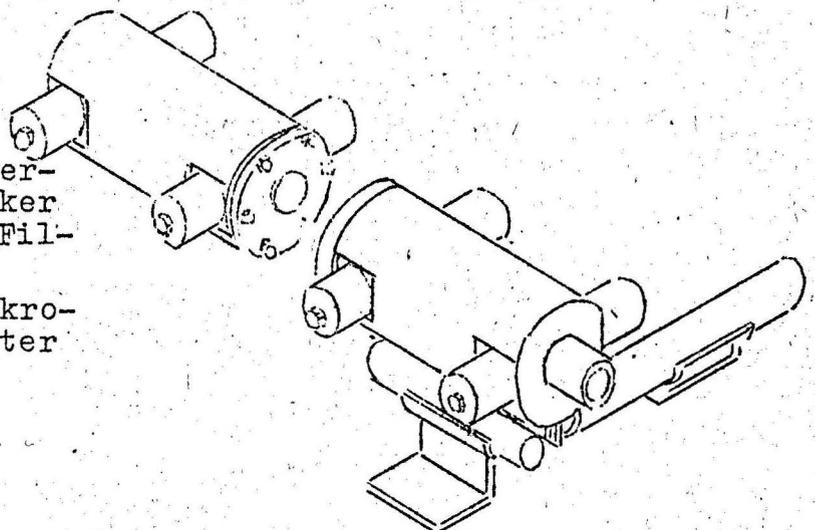


Abb. 16 Aufbau und Schema der Stoßvorrichtung nach CONRAD und VIGNESS

PERLIS und KISSINGER benutzen bei einer anderen Methode als Impulsgeber für ein ballistisches Pendel ein Geschöß und erhalten so Stoßbeschleunigungen in der Größenordnung von 50.000 g.

#### 4. Untersuchungen an der Fallmaschine MIL-STD-202.

AMERICAN STANDARD gibt zur Stoßbeanspruchung eine Einrichtung an, bei der das frei fallende Messinginstrument mit der Masse  $m$  nach einem Fallweg  $h$  auf eine starke Blattfeder prallt und reflektiert wird. Der Aufbau ergibt sich aus der Abb. 18 und Abb. 3/4.

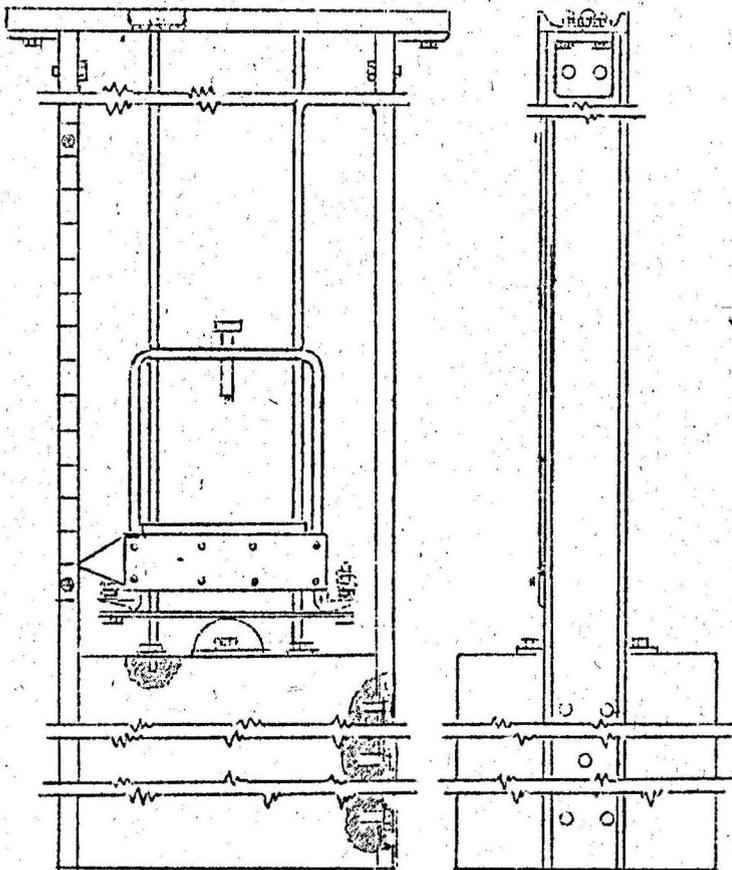


Abb. 18 Fallstoßeinrichtung nach MIL-STD-202

Aus der maximalen Auslenkung  $d$  der Blattfeder und der Federkonstanten  $k$  folgt nach dem Energiesatz

$$mg h = \frac{1}{2} m' v^2 = \frac{1}{2} k d^2 \quad /29/$$

In der größten Auslenkung  $d$  ist die Federkraft  $k d$  gleich der maximalen Abbremskraft  $m b(t)_{\max}$ . Es ist

$$m b_{\max} = k d \quad /30/$$

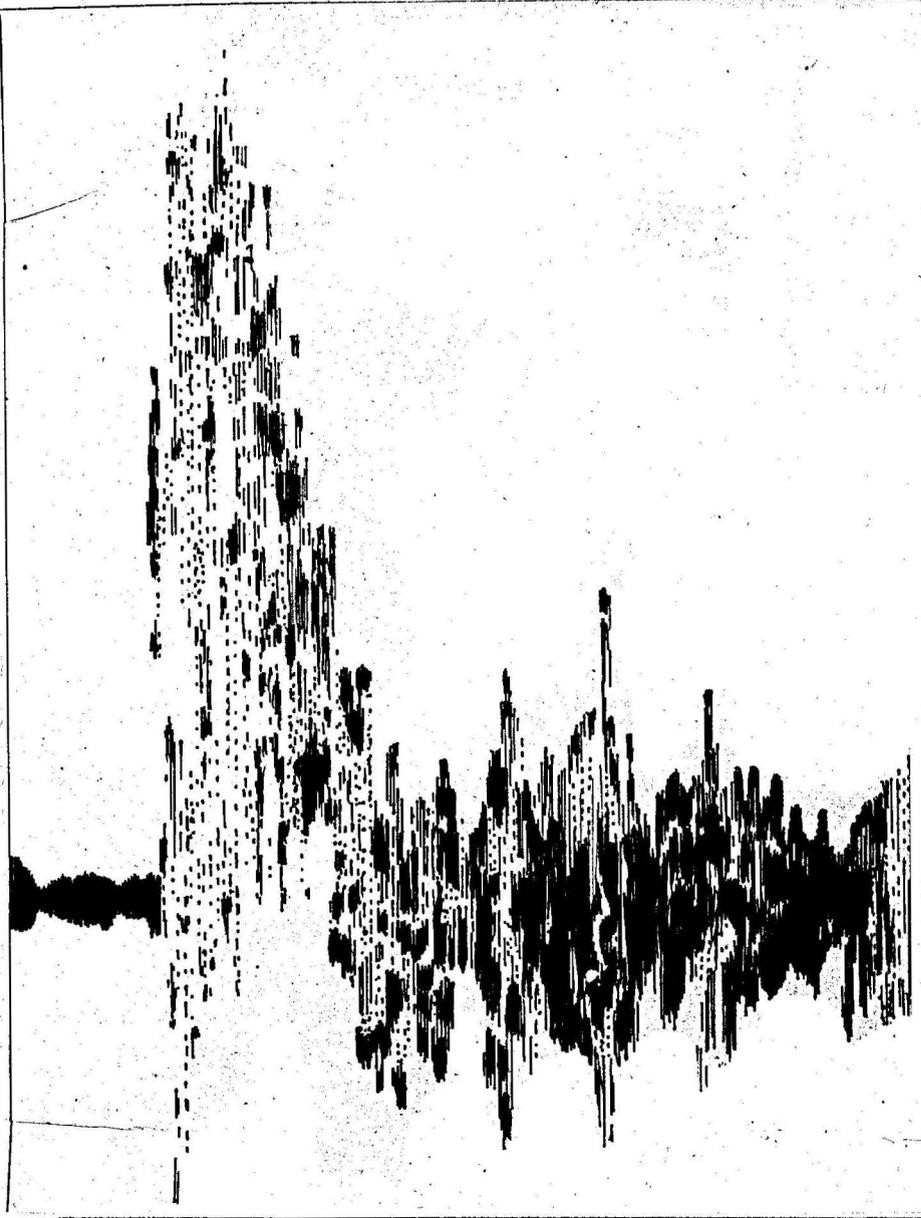
Durch Elimination der unbekanntenen Auslenkung  $d$  erhält man aus /45/ und /46/ für die Maximalbeschleunigung

$$b_{\max} = \sqrt{\frac{2K h}{m g}} \quad /g/ \quad /31/$$

Die in dieser Gleichung auftretende Federkonstante  $K$  muß experimentell bestimmt werden. Dies geschieht statisch, indem man die Feder mit einem Gewicht  $G$  belastet und die Auslenkung  $l$  mißt.

Außer eventuell auftretende Messfehler bei der statistischen Eichung muß noch ein Fehler beachtet werden, der vom System herührt. Im allgemeinen verhält sich nämlich eine Feder bei wechselweiser Beanspruchung anders als bei statischer, d.h. daß sich

Das Verhalten wegen der Massenwirksamkeit bei dynamischer Beanspruchung ändert. Außerdem ergaben nähere Untersuchungen bei dieser Fallmaschine einen hohen Gehalt an Oberschwingungen, die einem Vielfachen der Beschleunigung in der Grundschwingung entsprechen. In der Abb. 19 ist ein Oszillogramm gezeigt, das den



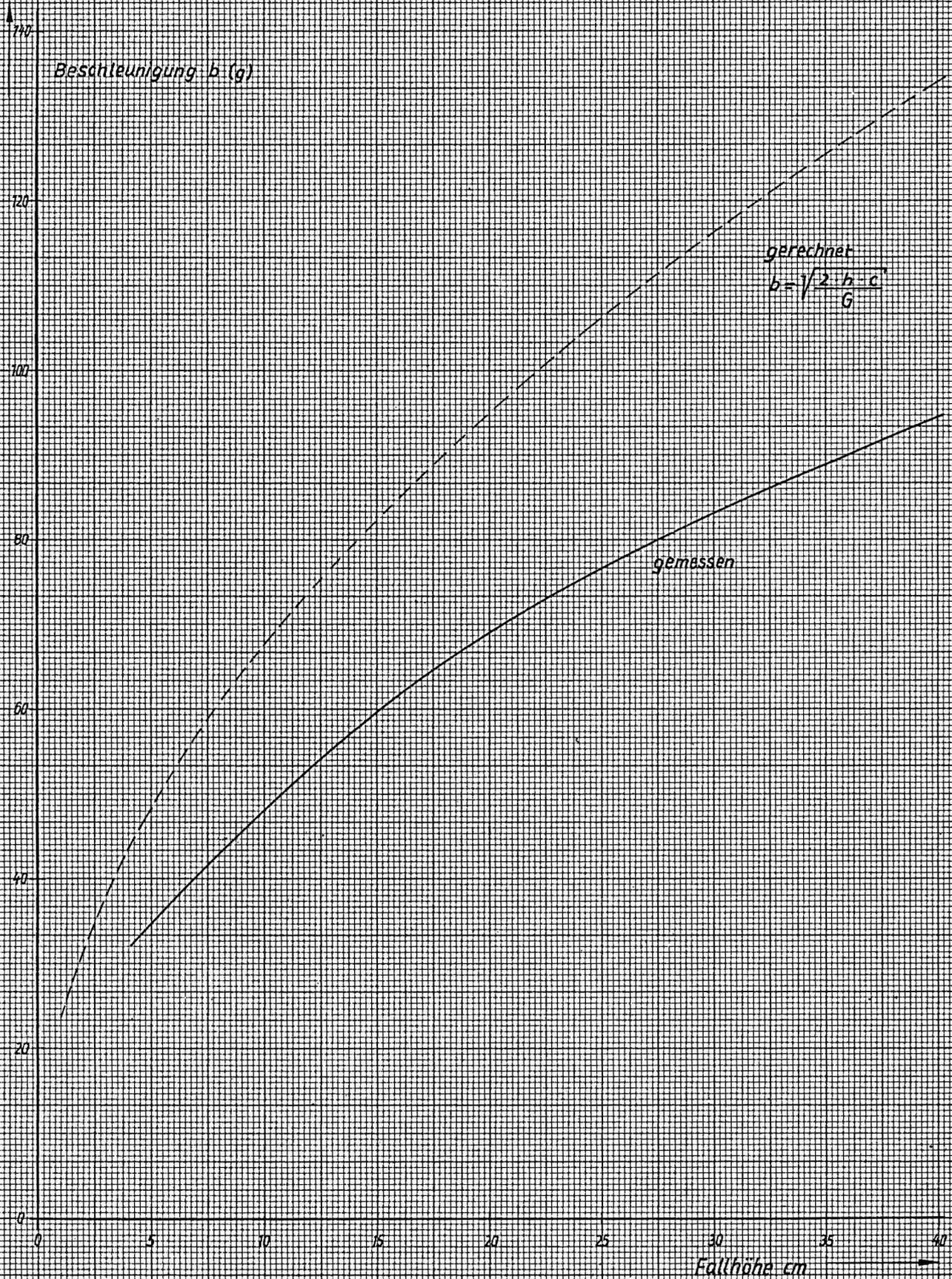
Fallstoß aus der Höhe von 10 cm wiedergibt. Selbst wenn man die Oberschwingungen wegfiltert, Abb. 19 a, erscheint der Grundvorgang nicht in der gedachten Form. In Abb. 20 ist die auftretende Beschleunigung als Funktion der Fallhöhe dargestellt. Die Oberschwingungen scheinen vor allem vom kastenförmigen Schlitten und der Schlittenführung her zu rühren. Zur Vermeidung der Oberschwingungen wurde ein Fallhammer konstruiert, an dem nicht mehr die aus dem kastenförmigen Aufbau des Schlittens herkommen den Oberschwingungen auftreten.



Abb. 19 Zeitlicher Verlauf der Beschleunigung beim Fallstoß

a dgl. aber durch das Vorschaltfilter beschnitten

Graphische Darstellung des Zusammenhangs  $b = f(h)$  an umgebauter  
 Fallstoßmaschine (ähnlich MIL StD 202)  
 Federkonstante  $C = 870 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \right]$



Maximale Beschleunigung als Funktion der Fallhöhe an  
 der Fallstoßmaschine ähnlich MIL-StD 202

Abb. 20

Außerdem ist es möglich, die eventuell auftretenden Kontaktresonanzen und Eigenschwingungen aus den Feder-Schlitten-Verbindungen durch eine andere Versuchsordnung auszumerzen. Dazu wurde die Federauflage vom Schlitten auf das Fundament verlegt. Der Amboß, der vorher diesen Platz inne hatte, wurde bei der neuen Konstruktion am Schlitten selbst ausgebildet. Dazu mußte der massive Schlitten aus härtbarem Werkzeugstahl gefertigt werden, der außerdem wegen der nur teilweisen Härtung besonders verzugsfrei sein mußte. Die Ergebnisse zeigten jedoch einen nach wie vor beträchtlichen Bestand an Oberschwingungen. Erst mit Hilfe von einem Filter (Vgl. Diagramm Abb.21) gelang

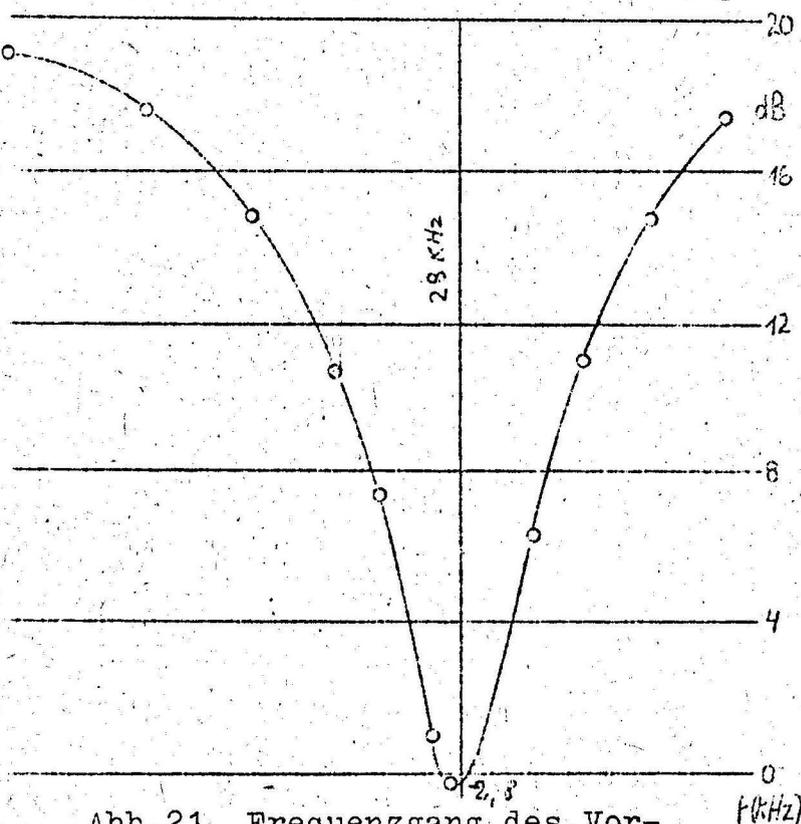


Abb.21 Frequenzgang des Vor-schaltfilters (Stoßmessungen)

es, der Theorie in qualitativer Hinsicht annähernd gerecht werden- de Oszillogramme zu erhalten. Ein quantitativer Zusammenhang besteht jedoch auf keinen Fall. In Abb.3/6 ist der Fallhammer abgebildet. Daß bei stoßartiger Beanspruchung auch die Blattfeder zu diesen Schwingungen beiträgt, ist selbstverständlich. Die Feder kann in diesem Fall als beidseitig eingespannter Stab gedacht werden, der bei stoßartigen Beanspruchungen

gen auch in den Oberschwingungen angeregt wird.

Diese Umstände lassen nun die Maschine nicht mehr für die Erzeugung eines definierten Stoßes zur Untersuchung von piezoelektrischen Beschleunigungsgebern als hinreichend erscheinen.

Die vorhandene Fallstoßmaschine, ähnlich MIL-STD-202, die für diese Untersuchungen verwendet wurde und die in der elektrotechnischen Industrie häufig für Stoßbeanspruchungsuntersuchungen elektronischer Bauelemente benutzt wird, erscheint nach den

oben genannten Nachteilen auch nicht für diese Untersuchungen sonderlich geeignet, zumal dem Verfasser über die Schädlichkeit dieser Oberschwingungen im allgemeinen noch keine quantitativen Ergebnisse bekannt sind. Untersuchungen im Zusammenhang mit dieser Forschungsaufgabe sind vorgesehen.

Im Zusammenhang mit dieser Fallmaschine soll noch auf einige experimentelle Einzelheiten eingegangen werden. Wie schon oben erwähnt, wird der Stoß als einmaliger Vorgang durch eine Fotografie registriert. Dazu war es notwendig, eine Auslösevorrichtung für die einmalige Strahlauslenkung am Oszillographen zu bauen. Dieses Problem wurde dadurch gelöst, daß ein Lichtstrahl, der im Ruhezustand auf einen Fotowiderstand trifft, durch den herabfallenden Schlitten unterbrochen wird. Durch die Änderung des Fotowiderstandes wird ein Spannungsimpuls abgegeben. Die Lichtschranke ist in ihrer Höhe verstellbar, um den Zeitraum zwischen Schlittenauslösung und Impulsabgabe der Fallhöhe und der Ablenkfrequenz anpassen zu können. In der Schaltskizze Abb. 22 ist die fotoelektrische Auslösevorrichtung

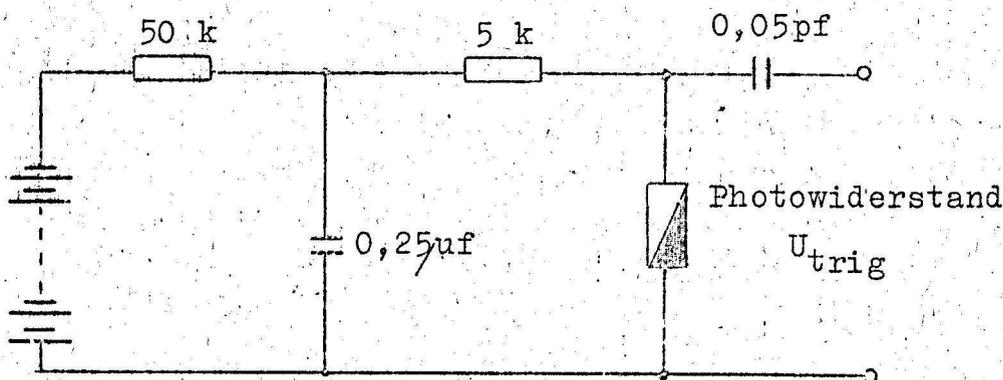


Abb.22 Schaltbild der photoelektrischen Triggerung

tung abgebildet, Abb. 3/7 ist eine Fotografie der Lichtschranke.

Es war zunächst schwierig, für diese Fototechnik das geeignete lichtempfindliche Material zu finden. Dazu mussten erst verschiedene Filmsorten auf optimale Blenden- und Strahlhelligkeitswerte geprüft werden. Zufriedenstellende Ergebnisse hinsichtlich hoher Empfindlichkeit bei gutem Auflösungsvermögen lieferte der Film KB 21 der Fa. Adox. Die fotografische Registriereinrichtung ist der Abb. 3/9 zu entnehmen.

Mit der Wahl der Ablenkfrequenz wurde im wesentlichen der verschiedenen Auflösung des Spannungs-Zeit-Verlaufes Rechnung getragen.

Zu den Belichtungsgrößen sei bemerkt, daß sie nur von der Ablenkfrequenz abhängig sind. So erwies sich bei einer Kippfrequenz von 30 Hz die Blende 8 beim Film KB 21 als hinreichend. Entwickelt wurde mit Rodinal in einer Verdünnung 1:20 und einer Zeit von 5 min bei 18° C.

## 5. Erzeugung eines jederzeit reproduzierbaren Stoßes:

### a) Durch Fallstoß auf einen Bleikegel

Nachdem mit der im vorigen Kapitel beschriebenen Stoßvorrichtung keine befriedigenden Ergebnisse erzielt werden konnten, wurde die vorhandene Stoßmaschine in ihrem Prinzip geändert. Dies geschah besonders im Hinblick auf die Erzeugung eines überschwingungsfreien Stoßes. Beim Umbau der Anlage wurde das elastische Medium der Abbremsvorrichtung (die Blattfeder) durch ein plastisches (Bleikegel) ersetzt. Außerdem war es notwendig, den kastenförmigen Fallschlitten gegen den schon oben erwähnten Hammer auszutauschen. In Abb. 3/3 ist die abgeänderte Fallmaschine zu sehen. Die Abb. 3/6 vermittelt in einem Ausschnitt einige Einzelheiten. Mit dieser Maschine können nun Stöße bis zur 150-fachen Erdbeschleunigung erzeugt werden. Das plastische Verhalten des Kegels ließ einen überschwingungsfreien Stoßvorgang zu. Es ist der besondere Vorteil dieser Einrichtung gegenüber der vorher besprochenen, daß es außerdem möglich ist, durch Änderung der geometrischen Größe  $n$  des Kegels (Höhe und Öffnungswinkel) die Art des Stoßes hinsichtlich Stoßbeschleunigung und Stoßzeit vorher zu bestimmen. In Abb. 23 ist ein Stoßoszillogramm dieser Anlage gezeigt. Durch diese Änderung im Prinzip der Fallmaschine, die zwar nicht Ziel dieser Untersuchungen war, ist es zugleich gelungen, eine Möglichkeit zur einwandfreien Stoßbeanspruchungsprüfung zu entwickeln, die der Industrie zur Prüfung ihrer Bauelemente dienen kann.

Es ist aber bisher noch nicht gelungen, eine einwandfreie Theorie über diese Vorgänge aufzustellen. Es ist sehr schwierig, die stoßartigen plastischen Verformungen des Bleies zu

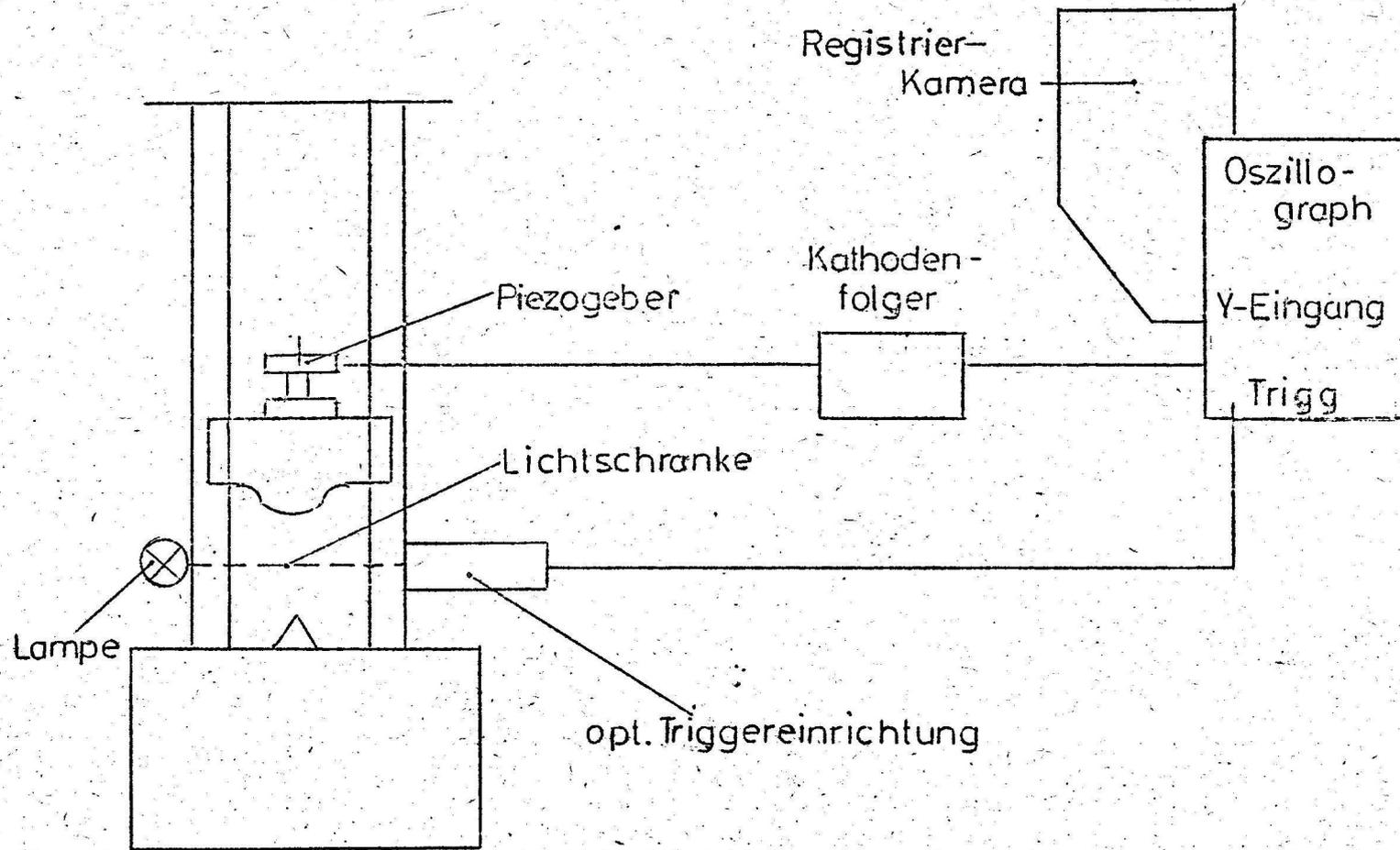


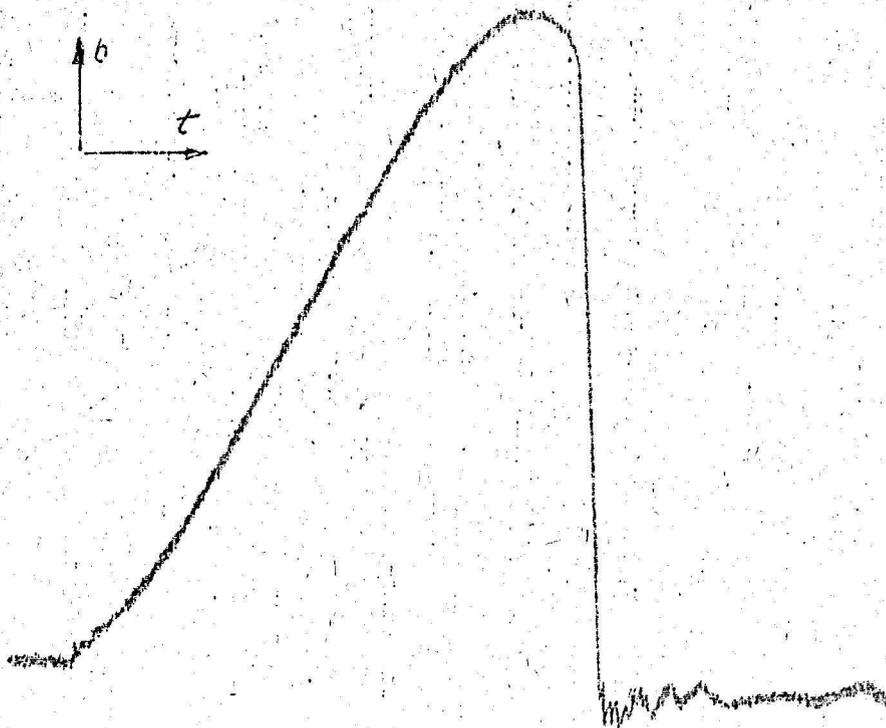
Abb. 24. Schema einer Fallstoßeinrichtung

Diagramm über die funktionelle Abhängigkeit  
 der Beschleunigung von der Fallhöhe.  
 (als Parameter sind verschiedene Gewichte  
 gewählt!)



Abb. 25

erfassen, weshalb noch eingehende Untersuchungen folgen müssen. Wenn bei den beigefügten Diagrammen und Oszillogrammen dennoch



die Beschleunigungswerte durch Vielfache der Erdbeschleunigung ausgedrückt sind, so ist das auf die Vergleichswerte der in Abschnitt B.3 beschriebenen dynamischen Eichvorrichtung zurückzuführen. Die so abgeänderte Fallmaschine ist mit hin als eine dynamisch ge-

Abb.23 Zeitlicher Verlauf der Beschleunigung beim Fallstoß auf einen Bleikegel

eichte Stoßbeanspruchungsmaschine anzusehen. Bei Betrachtung der Stoßoszillogramme die den zeitlichen Verlauf der Beschleunigung darstellen, ist besonders der Kurvenverlauf bemerkenswert. Es ist eine einfache mathematische Funktion, die als ein Viertel einer sin-Schwingung aufgefasst werden kann.

Vergleicht man die Stoßzeit ( $10^{-2}$  s) beim Stoß auf den Bleikegel mit der Resonanzfrequenz des Gebers (22 kHz), so kann als sicher vorausgesetzt werden, daß die vom Piezogeber aufgezeichneten Stoßvorgänge den wahren Verhältnissen entsprechen, wenn man die im Kapitel über den piezoelektrischen Effekt und seine Anwendung zur Stoßbeschleunigungsmessung aufgestellten Einschränkungen bei der Messung instationärer Vorgänge berücksichtigt.

In Abb. 24 wird noch eine Skizze des prinzipiellen Aufbaus gezeigt, während in Abb. 25 das Diagramm die auftretende max. Beschleunigung als Funktion der Fallhöhe wiedergibt. Es muß aber nachdrücklich darauf hingewiesen werden, daß noch ein experimentelles Eichverfahren zu entwickeln ist, in dem der Beschleunigungsgeber einem definierten Stoß ausgesetzt wird und

seine Anzeige mit diesem verglichen werden kann. Der nächste Abschnitt behandelt diese Frage.

In letzter Zeit wurde von der Fa. Avco eine Stoßmaschine entwickelt, die auf dem gleichen Prinzip beruht.

C. Anwendung des elastischen Schiebestoßes zweier gehärteter Stahlkugeln unter Berücksichtigung der Hertz'schen Theorie

Der Stoß zwischen aufeinanderprallenden, festen Körpern wurde erstmals von DE SAINT VENANT 1867 theoretisch behandelt, wobei er die Meinung vertrat, die Gesamtdauer der Kollision werde durch die Zeit bestimmt, die eine elastische Druckwelle benötigt, um den Körper zu durchheilen und nach erfolgter Reflexion zurückzukehren. Die Geschwindigkeit der elastischen Druckwelle folgt allgemein der Beziehung

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad /32/$$

Diese liegt bei Metallen in der Größenordnung von  $10^5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Für Zusammenstöße zwischen Körpern, die in der Richtung der Normalen des Stoßes nur einige Zentimeter messen, dauert die Stoßzeit unter Berücksichtigung der de Saint Venant'schen Theorie nur einige Mikrosekunden. Wie auch aus folgenden Ergebnissen hervorgeht, sind die Kollisionszeiten viel länger und alle Anzeichen deuten darauf hin, daß der Stoßvorgang bei kleineren Körpern hauptsächlich durch die an den Berührungstellen auftretenden Verformungen beeinflusst wird. Solange die Verformungen elastisch sind, kann die Hertz'sche Theorie (Hertz 1881) angewandt werden. Bei plastischen Formänderungen muß die Theorie über plastische Verformungen herangezogen werden. In beiden Fällen dauern die Verformungsvorgänge im Berührungsgebiet verhältnismäßig lange, und die elastischen Kompressionswellen haben genügend Zeit, mehrere Male hin und her zu eilen und gleichmäßig in den zusammenprallenden Körpern abzuklingen. Dies zeigt sich auch in den vom Verfasser durchgeführten Versuchen, die in Anlehnung an die Versuche von DINNIK (Kiew 1908) durchgeführt wurden. So kann in Abb. 26 auf dem oszillographierten zeitlichen Beschleunigungsverlauf eine periodische Verzerrung erkannt werden, die auf das Durchlaufen der elastischen Kompressionswellen zurückzuführen ist. Dies zeigt auch eindeutig, daß sich die Stoßzeittheorie de Saint

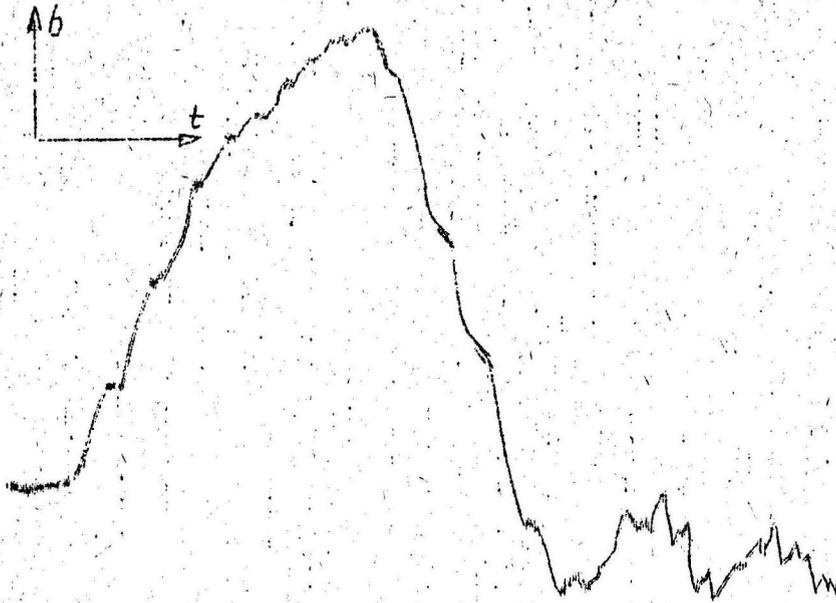


Abb. 26 Zeitlicher Verlauf der Beschleunigung beim Schiebestoß. Die max. Beschleunigung beträgt ca. 280 g.

Venant's auf die Kollision von Körpern anwenden läßt, die in Richtung der Stoßnormalen verhältnismäßig lang sind, also z.B. beim Stoß von zylinderförmigen Körpern aufeinander.

Für die Erzeugung eines jederzeit reproduzierbaren Stoßes erschien der elastische Stoß zweier gehärteter

Stahlkugeln am günstigsten, zumal für diesen eine Theorie existiert. Es sei an dieser Stelle auf die Arbeit F. BERGER'S über den Kraftverlauf des Stoßes verwiesen. Ausgehend von der Theorie der Härte behandelte Hertz das Problem des Stoßes (H. Hertz über die Berührung fester elastischer Körper, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd, 925, 156-181). Für die Beschreibung des Stoßvorganges benutzt Hertz die Gleichung, die eine Aussage über die Annäherung der beiden Körper infolge der Einwirkung einer Kraft macht.

Hertz geht davon aus, daß allein die Verhältnisse in der Umgebung der Stoßstelle den Stoßvorgang ausmachen, d.h. die durch die Stoßkräfte hervorgerufene Deformation nur in der Umgebung der Stoßstelle nennenswert ist. So wird der aus der Härtetheorie gefundene Zusammenhang zwischen Preßkraft K und Abplattung  $\xi$

$$\xi = \alpha K^{2/3} \quad /33/$$

wo

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{64} \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \left( \frac{1 - \nu_1}{\hat{G}_1} + \frac{1 - \nu_2}{\hat{G}_2} \right)^2} \quad /34/$$

ist, auf den dynamischen Fall übernommen. Dies ist erlaubt, wenn

die Stoßzeit, groß gegenüber der Laufzeit der elastischen Deformationswellen durch den Körper ist. Für den vorliegenden Fall, dem zentralen elastischen Schiebestoß zweier Stahlkugeln gilt folgendes, wenn  $K(t)$  die Stoßkraft bedeutet:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = - K(t) \quad /35/$$

und  $m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = K(t)$

daraus folgt

$$\frac{d^2}{dt^2} (x_1 - x_2) = - \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} K(t) \quad /36/$$

Man kann nun für die Differenz der Körperschwerpunktsgeschwindigkeiten  $d/dt \cdot (x_1 - x_2)$  die Abplattungsgeschwindigkeit  $\xi$  setzen. Es gilt also folgende Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = - \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}} \cdot \xi^{3/2} \quad /37/$$

Unter der Voraussetzung, daß Gleichung /33/ gilt.

Daraus folgt nach Multiplikation mit  $\frac{d}{dt} \xi$

$$\dot{\xi} \cdot \ddot{\xi} + \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}} \xi^{3/2} \cdot \dot{\xi} = 0 \quad /38/$$

Da

$$\dot{\xi} \cdot \ddot{\xi} = \frac{d}{dt} \frac{\dot{\xi}^2}{2}$$

und

$$\xi \cdot \dot{\xi}^{3/2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{2}{5} \xi^{5/2} \right)$$

ist.

Kann Gleichung /38/ so geschrieben werden:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\dot{\xi}^2}{2} + \frac{2}{5} \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}} \cdot \xi^{5/2} \right) = 0 \quad /39/$$

Nach der Integration

$$\frac{\dot{\xi}^2}{2} + \frac{2}{5} \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}} \cdot \xi^{5/2} = C \quad /40/$$

Aus der Anfangsbedingung

$$\dot{\xi} (\xi = 0) = v_1 - v_2 \quad /41/$$

wo  $v_1 - v_2$  die Differenz der Schwerpunktsgeschwindigkeiten ist, folgt dann für die Integrationskonstante

$$C = \frac{1}{2} (v_1 - v_2)^2 \quad /42/$$

Damit wird aus Gl./39/

$$\frac{1}{2} \left( \dot{\xi}^2 - (v_1 - v_2)^2 \right) = \frac{2}{5} \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}} \xi^{5/2} \quad /43/$$

Für die Maximaldeformation ist  $\dot{\xi} = 0$ :

$$\xi_{\max} = \frac{5}{4} \alpha^{3/2} \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}^{2/5} \cdot (v_1 - v_2)^{4/5} \quad /44/$$

Somit gilt für die maximale Stoßkraft nach Gleichung /33/

$$K_{\max} = \left( \frac{\xi}{a} \right)^{3/2} \quad /45/$$

$$= \left( \frac{5}{4} \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{\alpha} (v_1 - v_2)^2 \right)^{3/5}$$

Für die maximale Beschleunigung ergibt sich dann

$$\frac{d^2}{dt^2} (x_1 \max) = - \frac{K_{\max}}{m_1}$$

$$\frac{d^2 (x_1 \max)}{dt^2} = - \frac{\frac{5}{4} \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{\alpha} (v_1 - v_2)^2}{m_1} \quad /46/$$

In diesem Fall gilt, daß  $v_2 = 0$  ist, d.h. daß nur die Kugel mit  $m_2$  ausgelenkt wird.

Die Berechnung der relativen Kollisionsgeschwindigkeit ergibt sich aus der Betrachtung, daß die Kugeln als Pendelmassen ausgebildet sind.

Nach dem Energiesatz gilt dann

$$\frac{m}{2} v_1^2 = m_1 g \cdot h$$

$$v_1^2 = 2g \cdot h$$

/47/

wobei  $v_2 = 0$  ist.

Für die Maximalbeschleunigung ergibt sich dann

$$\ddot{x}_1 \text{ max} = - \frac{\frac{5}{4} \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \frac{1}{\alpha}^{3/5} \cdot (2gh)^{3/5}}{m_1}$$

/48/

durch Einführung der Kugelgewichte erhält man:

$$\ddot{x}_1 \text{ max} = - \frac{5}{2} \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{1}{\alpha}^{3/5} \frac{g}{G_1} (h)^{3/5}$$

/49/

Beide Kugeln haben die folgenden gleichen Daten:

$$R_1 = R_2 = R = 5 \text{ (cm) (Radius)}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3 \quad \text{Poisson'sche Konstante}$$

$$G_1 = G_2 = G = 0,81 \cdot 10^6 \text{ kg/qm}^2 \text{ Schubmodul}$$

Für  $\alpha$  gilt also

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \cdot \frac{1}{2} \frac{1-\nu}{g}^2}$$

/50/

$$\alpha = 0,5518 \cdot 10^{-4}$$

Für die Maximalbeschleunigung, angegeben in Vielfachen der Erdbeschleunigung, gilt:

$$\frac{\ddot{x}_1}{g} = - 232,336 \cdot h^{3/5}$$

/51/

Zur Berechnung der Stoßzeit geht man von folgender Gleichung aus

$$\frac{d\xi}{dt} = \sqrt{(v_1 - v_2)^2 - \frac{4}{5} \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \xi^{5/2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}}}$$

/52/

Für die Stoßzeit ergibt sich, wenn die Integration von 0 bis max durchgeführt wird:

$$= 2 \int_0^{\xi_{\text{max}}} \frac{d\xi}{\sqrt{(v_1 - v_2)^2 - \frac{4}{5} \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \xi^{5/2} \cdot \frac{1}{\alpha^{3/2}}}}$$

/53/

Durch Substitution

$$\chi = \frac{\xi}{\xi_{\max}}$$

wird das Integral umgeformt zu

$$T = 2 \frac{\xi_{\max}}{v_1 - v_2} \int_0^1 \frac{d\chi}{\sqrt{1-\chi}^{5/2}} \quad /54/$$

Mit Hilfe von  $\Gamma$ -Funktionen ergibt das:

$$\int_0^1 \frac{d\chi}{1-\chi}^{5/2} = \frac{2}{5} \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(\frac{2}{5})}{\Gamma(\frac{9}{10})} \quad /55/$$

Somit ergibt sich für die Stoßzeit

$$\begin{aligned} T &= \frac{4}{5} \cdot \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(\frac{2}{5})}{\Gamma(\frac{9}{10})} \xi_{\max} \frac{1}{(v_1 - v_2)} \\ &= 2,94 \frac{\xi_{\max}}{(v_1 - v_2)} \\ &= 2,94 \sqrt[5]{\frac{25}{16} \frac{\alpha^3}{v_1 - v_2} \cdot \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}\right)^2} \quad /56/ \end{aligned}$$

Für  $R_1 = R_2$  gilt dann

$$= 2,94 R \sqrt[5]{\frac{25}{16} \cdot \pi^2 \cdot \frac{\rho^2 (1-\nu)^2}{(v_1 - v_2) \cdot \hat{G}^2}} \quad /57/$$

Worin  $\rho$  die Dichte aus der Beziehung  $m = \rho \frac{4}{3} R^3$  ist.

Zur Durchführung der Versuche soll noch eine Beschreibung des Versuchsaufbaues gegeben werden.

Bei den Untersuchungen an zentral zusammenstoßenden Kugeln wurde der piezoelektrische Geber an die der Stoßfläche entgegengesetzten Fläche befestigt. Die Kugeln sind Erzeugnisse der Fa. SKF. Von der Fa. werden folgende Daten angegeben:

Güte: DIN 5401

Werkstoff: 100 Cr 6 Wälzlagerstahl, gehärtet mit einer Oberflächenhärte HRC 64-65. Dicke der gehärteten Schicht: 3 cm; zäher Kern

Toleranzen: nach DIN 5401

Die Löcher zur Befestigung der Aufhängedrähte und des Gebers wurden durch Elektroerosion bei der Fa. National Registrierkassen, Berlin angebracht. Um eine Verfälschung der Ergebnisse durch Kontaktresonanzen zwischen Geber und Kugel zu vermeiden, wurden die am Geber vorhandenen 1/8" dicken Stöbolzen durch solche von 5 mm Dicke ersetzt.

Während bei der Stoßmaschine die Auslösung des einmaligen Registriervorganges fotoelektrisch geschah, erwies sich bei den Kugelstoßversuchen die Schaltung aus Abb. 27 als nützlich. Das

Meßprinzip geht aus der Abb. 28 hervor.

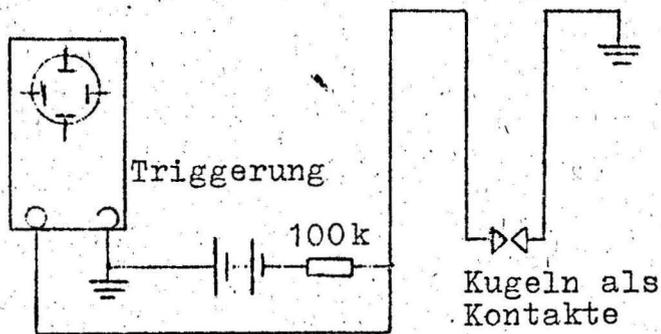


Abb.27 Schema der Triggerung bei den Schiebestoßversuchen

Die für die Stoßversuche benutzten Kugeln hingen an je zwei an der Decke des Labors befestigten Stahldrähten (vgl. Abb. 3/7 und 3/8). Vor jeder Versuchsreihe war eine Korrektur der Fadenlänge und der zentralen

Stoßlage notwendig; dies geschah durch Ausrichten mit Hilfe eines Prismas.

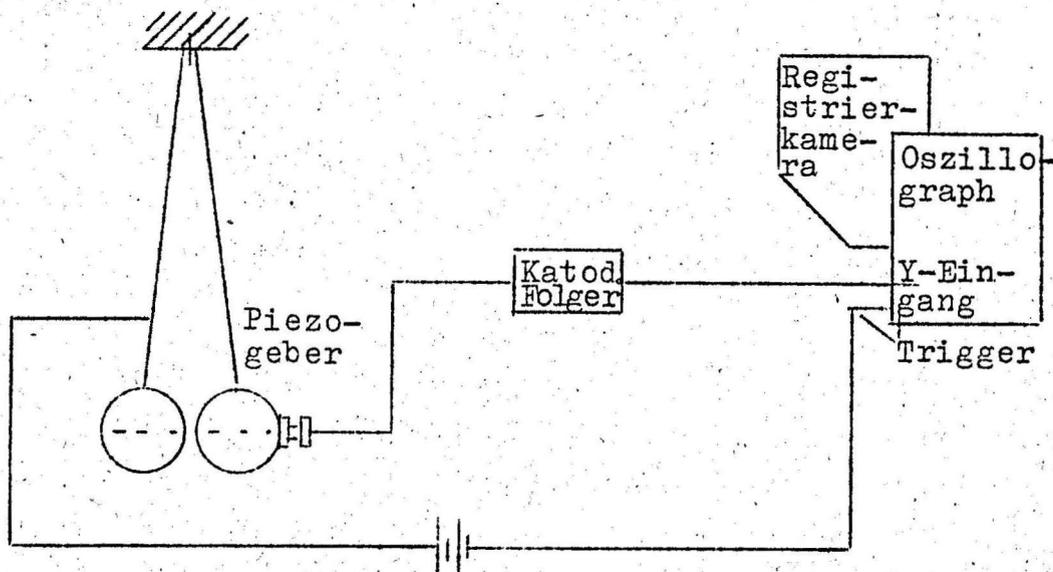


Abb.28 Prinzipskizze für die Schiebestoßversuche

Da die Fallhöhe nicht direkt meßbar ist, wurde sie aus der Auslenkung der Kugel von der Ruhelage bestimmt. Diese Auslenkung wurde durch Projektion der Kugeln mittels einer 3 m entfernten Lichtquelle auf einem Schirm abgelesen, der sich 5 cm hinter den Kugeln befand. Die Beziehung zwischen Auslenkung und Höhe ist durch folgende Gleichung gegeben

$$\begin{aligned} h &= x \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \\ x &= l \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad /58/$$

da für kleine Winkel gilt:

$$\begin{aligned} \sin \varphi &\approx \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi \quad \text{folgt} \\ x &= l \cdot \sin \varphi = l \cdot \varphi \\ \varphi &\approx \frac{x}{l} \\ \frac{\varphi}{2} &\approx \frac{x}{2l} \end{aligned} \quad /59/$$

folgt für

$$h \approx x \cdot \frac{\varphi}{2} = \frac{x^2}{2l}$$

Die Länge des Pendels wird aus der Schwingungsdauer bestimmt. Sie betrug bei den hier benutzten Pendeln 214,5 cm. Somit ergibt sich für die Höhe

$$h = \frac{x^2}{429} \text{ (cm)} \quad /60/$$

Die Stöße erfolgten mit verschiedenen Kollisionsgeschwindigkeiten, indem das stoßende Pendel aus verschiedenen Elongationen auf das ruhende Pendel fallen gelassen wurde. Das stoßende Pendel wurde in seiner Ausgangsstellung mit einem dünnen Faden befestigt und dieser zur Einleitung des Stoßvorganges abgebrannt. Dadurch wird erreicht, daß kein Drehimpuls auf die Kugel ausgeübt wird.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen lassen sich am besten aus den Diagrammen in den Abb. 29-31 erkennen. Es ist einwandfrei eine Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu erkennen. Der positive Fehler der experimentellen Werte in der maximalen Stoßbeschleunigung ist, wie erst letzte Untersuchungen gezeigt haben, auf die Ankopplung des Gebers zurückzuführen. Die konstanten Abweichungen in den Stoßzeiten stammen aus der fehlerhaften Auslösung des Elektronenstrahls. Versuche die der Verfasser in Anlehnung an die Dinnik'schen Untersuchungen im 2. Physikalischen Institut der Technischen Universität durchführte,

zeigen eine gute Uebereinstimmung mit der Hertz'schen Formel für die Stoßzeiten (vgl. Dinnik, Annalen der Russischen Physik).

Aus der doppelt logarithmischen Darstellung der Abb. 32 ist zu ersehen, daß die den Stoß charakterisierenden Größen den theoretischen Exponentialgesetzen folgen.

Abschliessend kann gesagt werden, daß durch diese Untersuchungen die Anwendung piezoelektrischer Geber für die Messung von Stößen gerechtfertigt ist, wenn die Grundfrequenz des Stoßes sehr klein gegenüber der Resonanzfrequenz des Gebers ist.

Es gelang außerdem ein Eichverfahren zu entwickeln, das eine Stoßeichung bis zum 500-fachen der Erdbeschleunigung bei relativ langen Stoßzeiten zuläßt.

#### D. L i t e r a t u r

- (1) POHL "Einführung in die Physik II"  
Springer-Verlag 1955
- (2) GRIMSEHL "Lehrbuch der Physik IV"  
Teubner, Leipzig 1959
- (3) KOHLRAUSCH "Praktische Physik I und II"  
Teubner, Leipzig 1955
- (4) NOVOBATZKY-NEUGEBAUER "Theoretische Elektrotechnik und Wellen-Optik"  
Deutscher Verlag der Wissenschaften
- (5) VOIGT "Lehrbuch der Kristallphysik"  
Teubner, Leipzig u. Berlin 1928
- (6) GEIGER-SCHEEL "Handbuch der Physik VI"
- (7) BERGER "Kraftverlauf beim Stoß"  
Vieweg-Verlag, Braunschweig 1924
- (8) SZABO "Höhere Technische Mechanik"  
Springer Verlag 1956

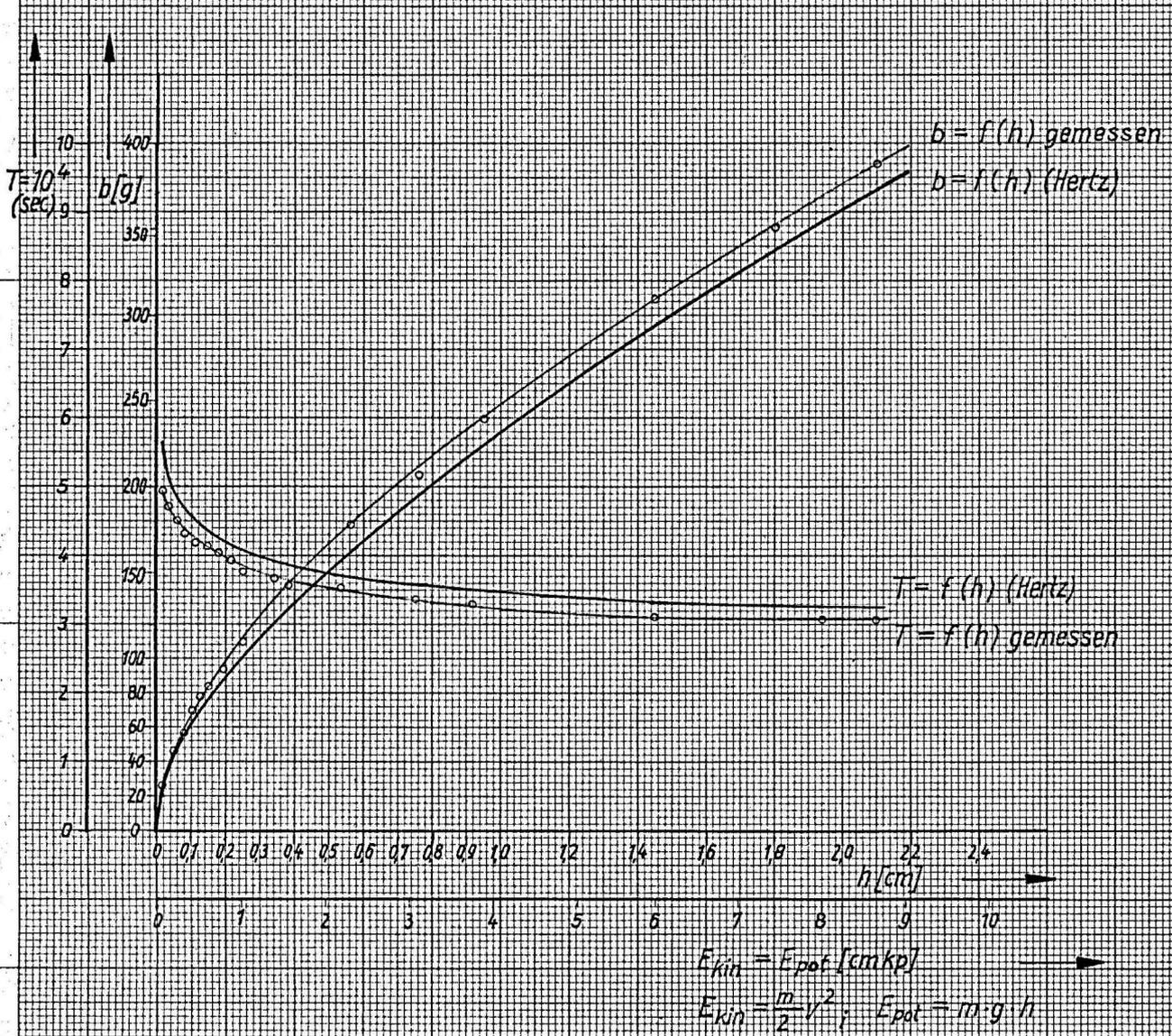
- (9) SKUDRZYK "Die Grundlagen der Akustik"  
Springer Verlag, Wien 1954
- (10) GOHLKE "Einführung in die piezoelektrische  
Messtechnik"  
Akademische Verlagsgesellschaft,  
Leipzig 1959
- (11) GOHLKE "Verstärkereingang bei piezoelektrischen  
Messgeräten"  
Forsch. Ing.-Wes. 13(1942), 137-142
- (12) KOEHLER "Grundzüge der Erschütterungsmess-  
technik"  
Akademie Verlagsgesellschaft, Leipzig 1956
- (13) RINT "Handbuch für Hochfrequenz- und Elektro-  
techniker"  
Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik,  
Berlin 1954
- (14) BOWDEN-TABOR "Reibung und Schmierung fester Körper"
- (15) GROEGER "Untersuchungen über die Genauigkeit  
und den Anwendungsbereich einer Metho-  
de zur Eichung von Beschleunigungs-  
gebern".  
Diplomarbeit an der Freien Universität  
Berlin
- (16) DINNIK "Die Hertz'sche Formel und ihre experi-  
mentelle Ueberprüfung"  
Annalen der Russischen Physik
- (17) MEISTER "Messung von mechanischen Stoßwellen"
- (18) MINTROP "Optische Stoßzeitmessung"
- (19) PERLS und "High-g Accelorometer Calibrations by  
KISSINGER Impact Methods with Ballistic Pendulum,  
Airgun and Inclined Trough"
- (20) BEHRMANN "Askania Stufenbeschleunigungsmesser"  
Askania Berlin
- (21) LEVY, MCPERSHON "Calibration of Accelorometer"  
HOBBS
- (22) TURNBOW "Calibration of Accelorometer"

- (23) COLUMBIA "Handbook of Accelerometer"
- (24) BERGMANN "Schwingende Kristalle"  
Teubner Verlag
- (25) CADY "Piezo-Electricity"  
McGraw-Hill Book Co N Y and London 1946
- (26) HEISING "Quartz-Crystals for Electrical Circuits"  
New York, May 1947

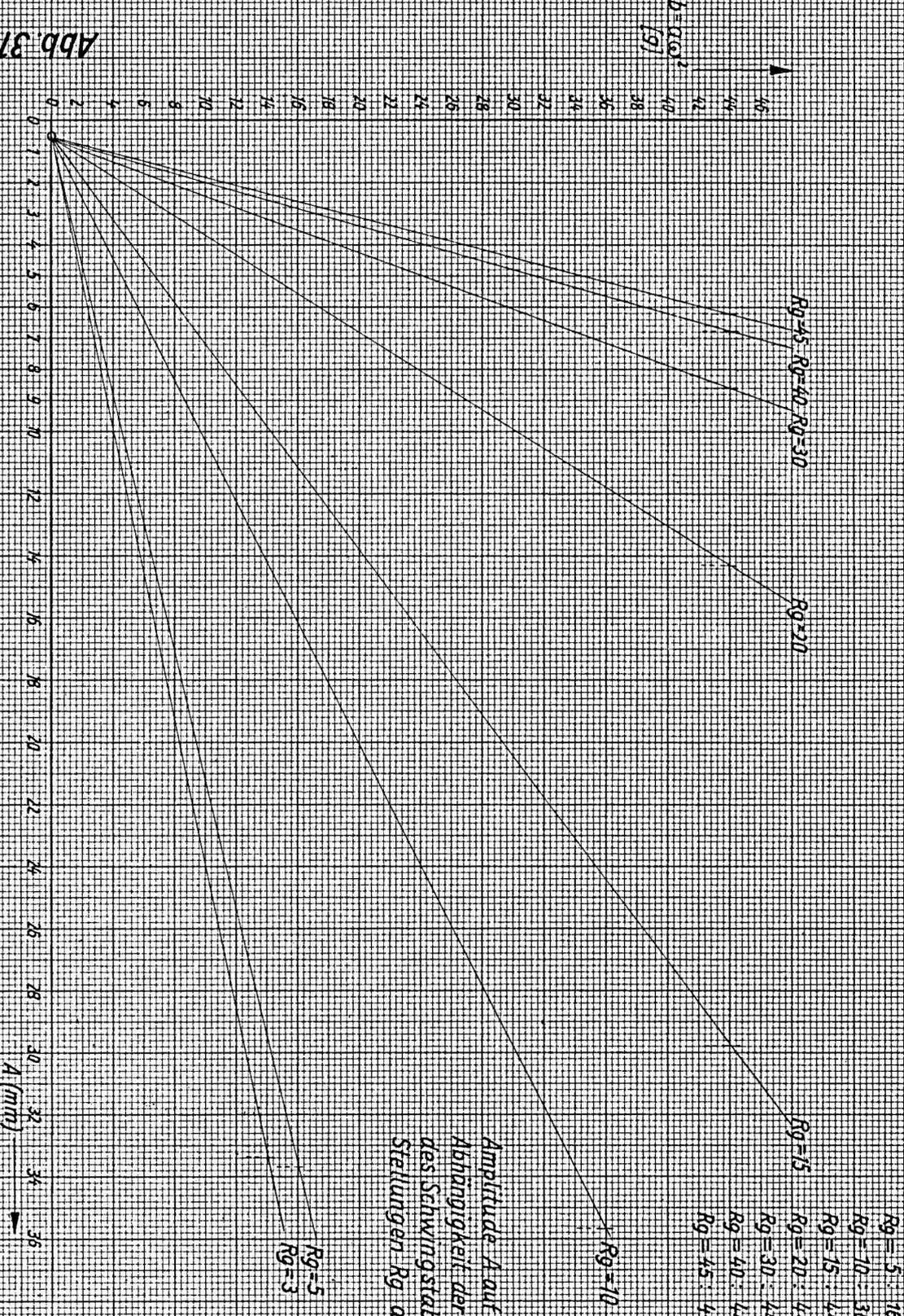
Das Konstruktionsbüro der Fa. Standard Elektrik Lorenz AG, Stuttgart, Lorenz-Werk Berlin, gab die Anregung zu dieser Arbeit. Der Standard Elektrik Lorenz AG und Herrn Oberingenieur Herbert Burchard sei hiermit Dank für das Interesse und die immer offene Diskussionsbereitschaft über die hier behandelten Fragen der Materialbeanspruchung ausgesprochen.

# Diagramm VI

Stoßzeit und max. Beschleunigung  
als Funktion der Fallhöhe bzw.  
als Funktion der Energie (kin und pot)



# Diagramm I



$R_g = 3$	$14 \triangle (33,4 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 0,425 \text{ g}$
$R_g = 5$	$16 \triangle (33,7 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 0,482 \text{ g}$
$R_g = 10$	$36 \triangle (35,7 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 1,022 \text{ g}$
$R_g = 15$	$44 \triangle (29,75 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 1,504 \text{ g}$
$R_g = 20$	$44 \triangle (14,3 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 3,19 \text{ g}$
$R_g = 30$	$44 \triangle (8,6 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 5,43 \text{ g}$
$R_g = 40$	$44 \triangle (6,8 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 6,98 \text{ g}$
$R_g = 45$	$44 \triangle (6,2 - 0,5) \text{ mm}$	$1 \text{ mm} \triangle 7,12 \text{ g}$

Amplitude  $A$  auf dem Oszillographen in  
 Abhängigkeit der Beschleunigung  $b = a_0 \omega^2$   
 des Schwingstabes für verschiedene  
 Stellungen  $R_g$  auf OsZ (Vertikalampplitude, stetig)

Geber 4328, 41223  
 $f = 25,0 \text{ Hz}$   
 Messung vom 16.12.59  
 ohne Nachbeschleunigung

Abb 37

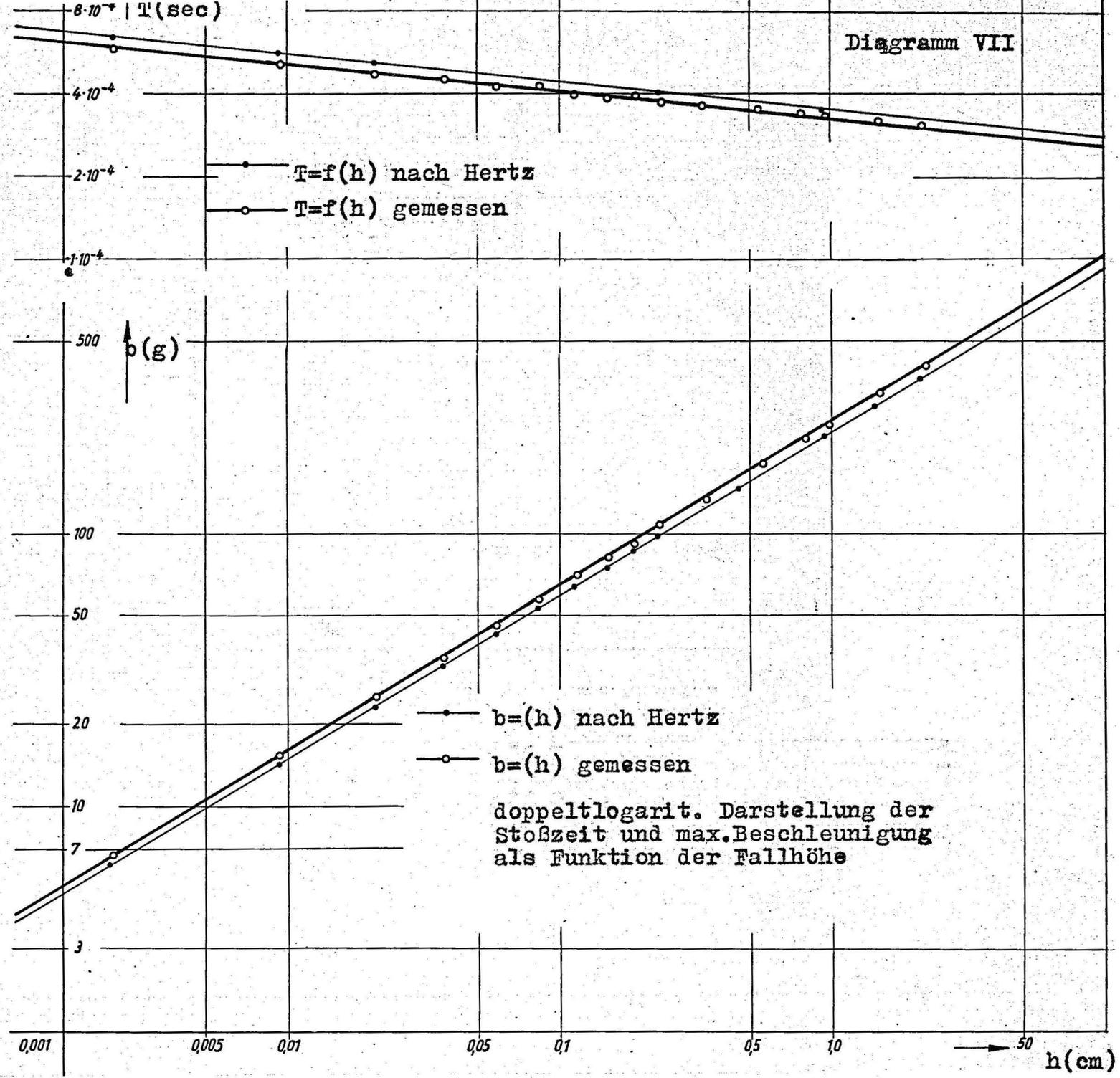
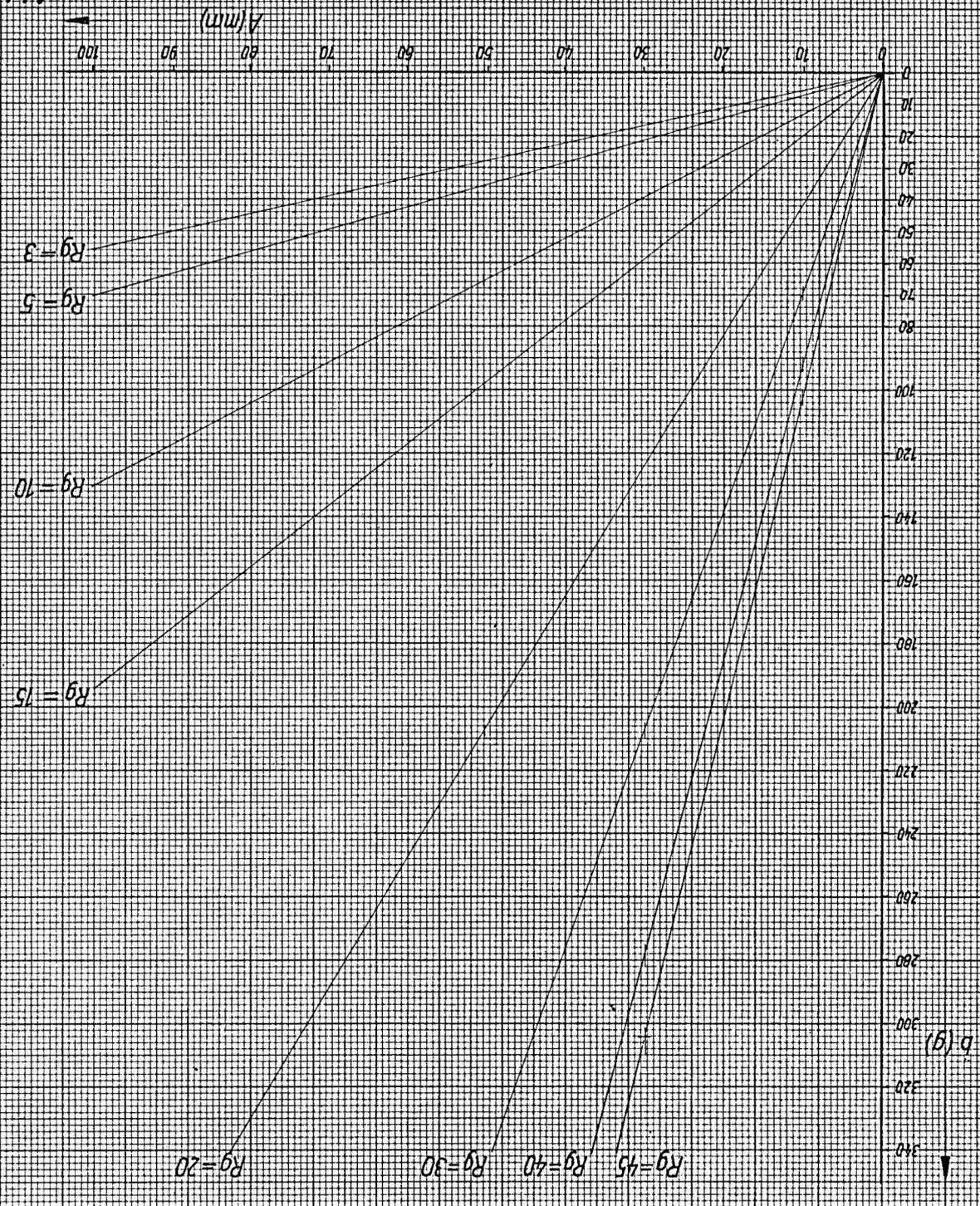


Abb. 31 a



Extrapolation der Werte aus  
 Diagramm II auf 300 (g) mit  
 korrigierter Skala für die  
 Amplitude  $A'$  (0,5z.)

Diagramm IV

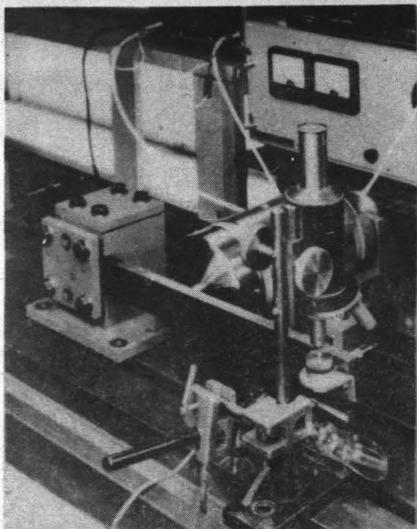


Abb.1 Dynamische Eichvorrichtung

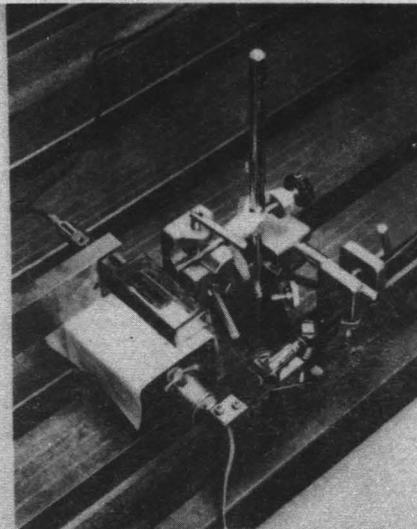


Abb.2 Ablesevorrichtung

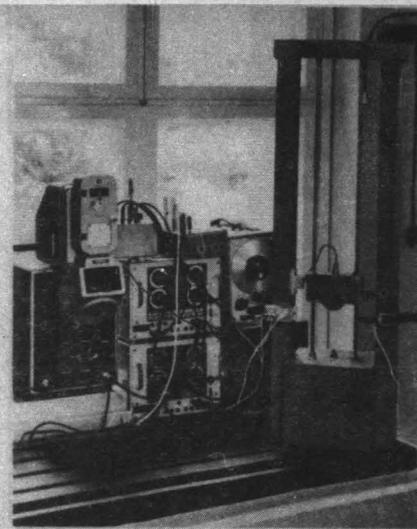


Abb.3 Registriereinrichtung

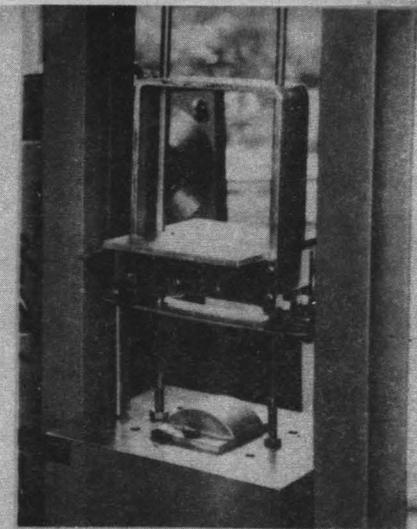


Abb.4 Alte Ausführung der Stoßmaschine

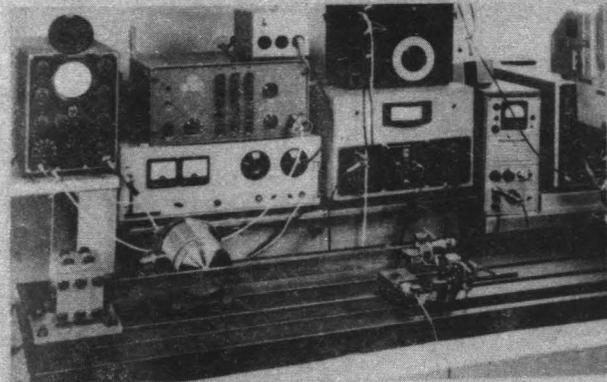


Abb.5 Ansicht der dynamischen Eichvorrichtung

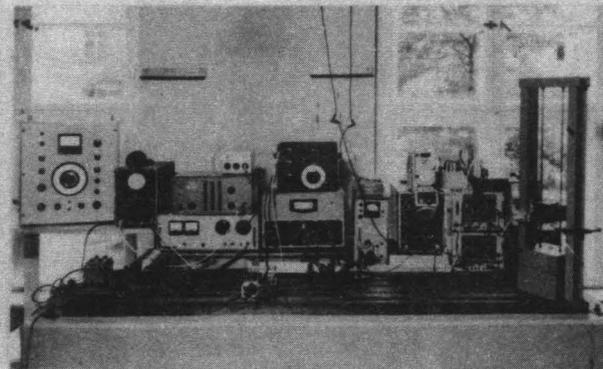


Abb.7 Gesamtansicht der Versuchseinrichtg.

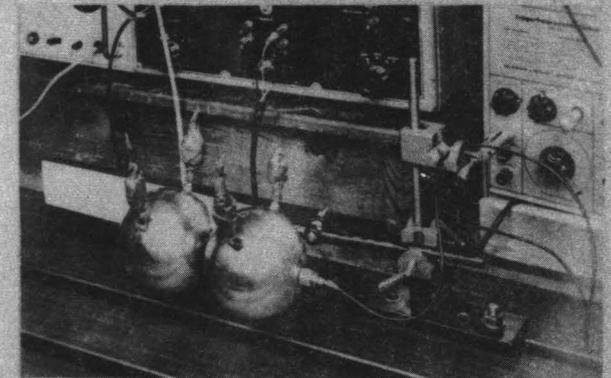


Abb.8 Eichvorrichtung

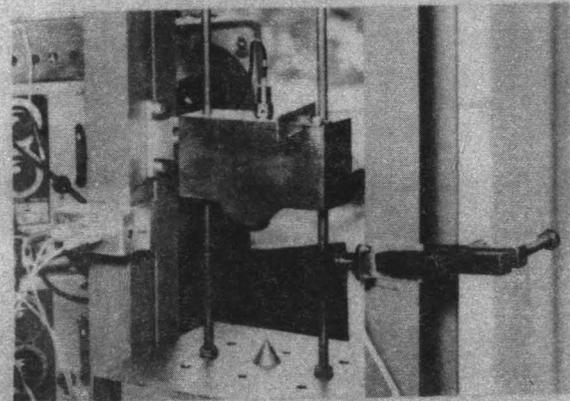


Abb.6 Umgebaute Fallmaschine

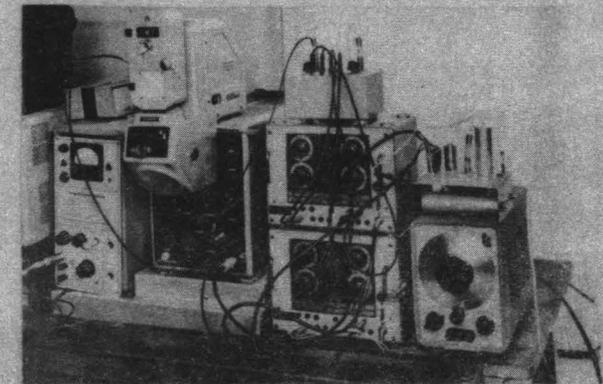


Abb.9 Registrieranlage

